2022□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□

□□□□□□25□□□

1．□2021•□□□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□ $[a,b]$ □□□ x_1 □ $x_2(a<x_1<x_2<b)$ □□□ $f'(x_1)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ □ $f'(x_2)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ □□□□ $y=f(x)$ □□□ $[a,b]$ □□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^3-\frac{6}{5}x^2$ □□□ $[0,t]$ □□□□□□□□□□□ t □□□□□ $(\quad)$

A．$(\frac{3}{5},\frac{6}{5})$　　B．$(\frac{2}{5},\frac{6}{5})$　　C．$(\frac{2}{5},\frac{3}{5})$　　D．$(1,\frac{6}{5})$

□□□□□□ □□ $f(x)=x^3-\frac{6}{5}x^2$ □$\therefore$ $f'(x)=3x^2-\frac{12}{5}x$ □

□□ $f(x)=x^3-\frac{6}{5}x^2$ □□□ $[0,t]$ □□□□□□□□

$\therefore$□□ $[0,t]$ □□□ x_1 □ $x_2(0<x_1<x_2<t)$ □

□□ $f'(x_1)=f'(x_2)=\frac{f(t)-f(0)}{t}$ □□□□ $3x^2-\frac{12}{5}x=t^2-\frac{6}{5}t$ □□□ $[0,t]$ □□□□□

□ $g(x)=3x^2-\frac{12}{5}x-t^2+\frac{6}{5}t$ □

□□□ $x=-\frac{-\frac{12}{5}}{6}=\frac{2}{5}>0$ □

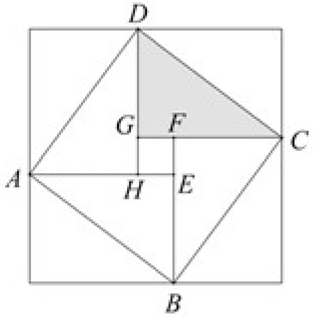
□ $\begin{cases}\triangle=(-\frac{12}{5})^2-12(-t^2+\frac{6}{5}t)>0\\ g(0)=-t^2+\frac{6}{5}t>0\\ g(t)=3t^2-\frac{12}{5}t-t^2+\frac{6}{5}t>0\end{cases}$ □

□□ $\frac{3}{5}<t<\frac{6}{5}$ □

$\therefore$□□ t □□□□□□ $(\frac{3}{5},\frac{6}{5})$ □

□□□ A□

2．(2021•江苏模拟）我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创制了一幅“弦图”，它由四个全等的直角三角形和一个正方形所构成（如图），后人称其为“赵爽弦图”．在直角三角形 CGD 中，已知 $GC=4$，$GD=3$，在线段 EF 上任取一点 P，线段 BC 上任取一点 Q，则 $AP\cdot AQ$ 的最大值为（　　）



A. 25　　　　B. 27　　　　C. 29　　　　D. 31

【解答】解：如图，

设 $EP=\lambda EF(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，$BQ=\mu BC(0\leqslant\mu\leqslant1)$，

由已知 $|GC|=4$，$|GD|=3$，可得 $|DC|=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

则 $|AE|=4$，$|AB|=|BC|=5$，$|EF|=4-3=1$，

$\therefore AP\cdot AQ=(AE+EP)\cdot(AB+BQ)=(AE+\lambda EF)\cdot(AB+\mu BC)$

$=AE\cdot AB+\lambda EF\cdot AB+\mu AE\cdot BC+\lambda\mu EF\cdot BC$

$=4\times5\times\frac{4}{5}-\lambda\cdot(1\times5\times\frac{3}{5})+\mu\cdot(4\times5\times\frac{3}{5})+\lambda\mu\cdot(1\times5\times\frac{4}{5})$

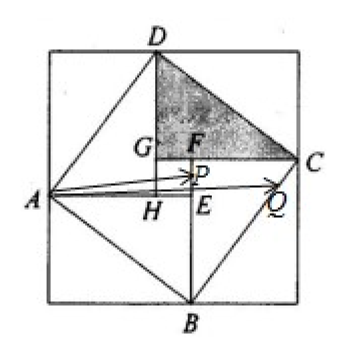
$=16-3\lambda+(12+4\lambda)\mu$，

$\because 0\leqslant\lambda\leqslant1$，$0\leqslant\mu\leqslant1$，

$\therefore$ 当 $\mu=1$ 时，$16-3\lambda+(12+4\lambda)\mu$ 有最大值 $16-3\lambda+12+4\lambda=28+\lambda$，

而当 $\lambda=1$ 时，$28+\lambda$ 有最大值为 29.

故选：C.



3□□2021•□□□□□□□□□□□ $l:3x+4y+m=0$ □□ $C:x^2+y^2-4x+2=0$ □□□□ C □□□□□ P □ Q □□□□ l □□□□ M □

□ $\angle PMQ=90^{\circ}$ □□ m □□□□□□ $(\quad)$

A□ $[-16\;\;4]$ □　　B□ $[-18\;\;4]$ □　　C□ $[-6-5\sqrt{2}\;\;-6+5\sqrt{2}]$ □　　D□ $[6-5\sqrt{2},6+5\sqrt{2}]$

□□□□□□□□ $l:3x+4y+m=0$ □□□□□ M_0 □□ P □ Q □□ C □□□□

□ PM_0 □ QM_0 □□□□ C □□□□ $\angle PM_0Q$ □□□

□ M_0 □□□□□□ C □□□□□□□□□□□ $CM_0\perp l$ □□ $\angle PM_0Q$ □□□

□ $C:x^2+y^2-4x+2=0$ □□□□□ $C(2,0)$ □□□□ $\sqrt{2}$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $d=\dfrac{|3\times2+4\times0+m|}{5}$ □

□ $\angle PM_0Q\ldotp 90^{\circ}$ □□ $d=\dfrac{|3\times2+4\times0+m|}{5}\leqslant 2$ □□□ $-16\leqslant m\leqslant 4$ □

$\therefore m$ □□□□□□ $[-16$ □ $4]$ □

□□□ A □

4□□2021•□□□□□□□□□ $x_2>x_1>1$ □□□□□□□□□□ $(\quad)$

A□ $\dfrac{x_1}{x_2}>\sqrt{e^{x_1-x_2}}$　　B□ $\dfrac{x_1}{x_2}<\sqrt{e^{x_1-x_2}}$

C□ $ln\dfrac{x_1}{x_2}<e^{x_1}-e^{x_2}$　　D□ $ln\dfrac{x_1}{x_2}>e^{x_1}-e^{x_2}$

□□□□□□□ $f(x)=\frac{x^2}{e^x}(x>1)$ □□ $f'(x)=\frac{x(2-x)}{e^x}$ □

□ $x\in(1,2)$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $(1,2)$ □□□□□

□ $x\in(2,+\infty)$ □□ $f'(x)<0$ □□□ $f(x)$ □ $(1,2)$ □□□□□□□ $f(x)_{max}=f$ □2□□

□□□□□□ x_2 □ x_1 □□ $x_2\in(2,+\infty)$ □ $x_1\in(1,2)$ □ $f(x_2)=f(x_1)$ □

□ $\frac{x_1}{x_2}=\sqrt{e^{x_1-x_2}}$ □□ $g(x)=e^x-lnx(x>1)$ □□ $g'(x)=e^x-\frac{1}{x}=\frac{xe^x-1}{x}>0$ □

□□ $g(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $g(x_2)>g(x_1)$ □

□ $ln\frac{x_1}{x_2}>e^{x_1}-e^{x_2}$ □

□□□ D □

5□□2021•□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 2 □□□□□ E□F□G□□□ AA_1□D_1C_1□BC□□□□□ E□F□G□□□

□□□□□□□□□□ $($ $)$

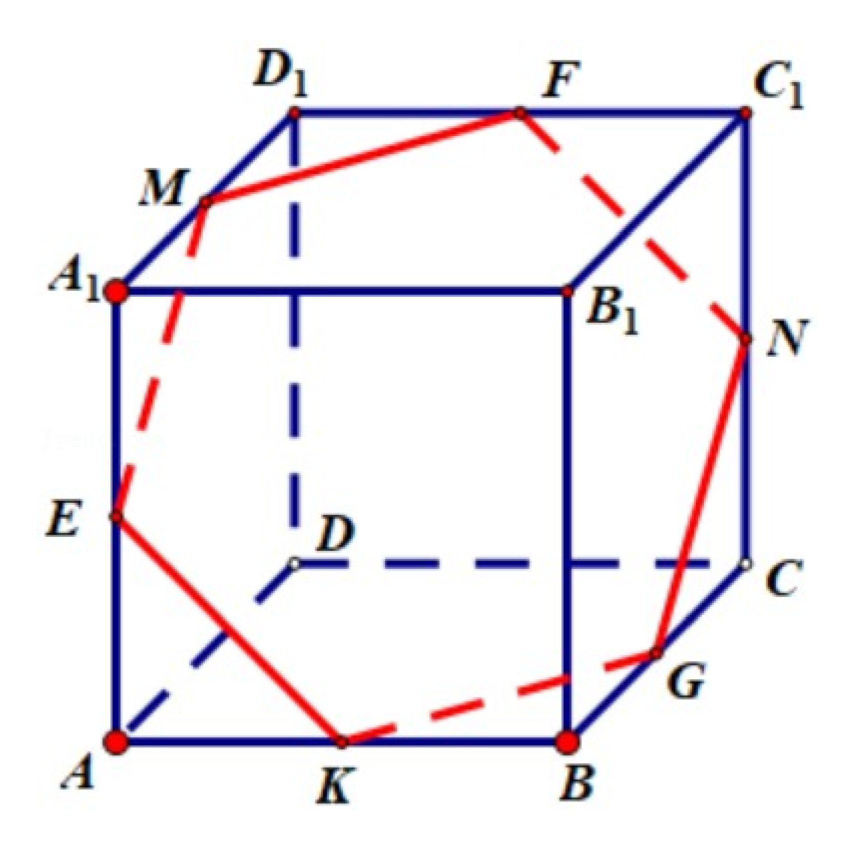
A□$\sqrt{3}$　　B□$\sqrt{2}$　　C□$3\sqrt{3}$　　D□$3\sqrt{2}$

□□□□□□□ AD_1□C_1C□AB□□□ M□N□K□□□ EM□MF□FN□NG□GK□EK□

□□□□□□□□□□□□□ $EMFNGK$ □□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□

□□□□□ $6\times(\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sin60^{\circ})=3\sqrt{3}$ □

□□□ C □



6□□2021•□□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{5})(\omega>0)$ □□□ $f(x)$ □ $[0$ □ $2\pi]$ □□□5□□□□□□□□□□□□□□□ $($ $)$

A□ $f(x)$ □ $(0,2\pi)$ □□□□□3□□□□□

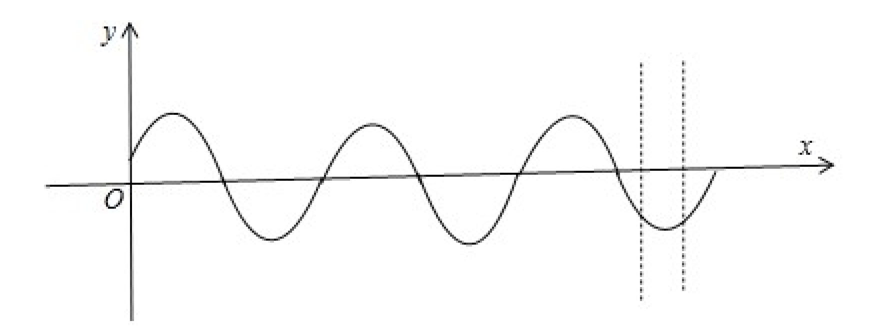
B□ $f(x)$ □ $(0,2\pi)$ □□□□□2□□□□□

C□ $f(x)$ □ $(0,\frac{\pi}{10})$ □□□□□

D□ ω □□□□□□ $[\frac{12}{5},\frac{29}{10})$

□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{5})(\omega>0)$ □□□ $f(x)$ □ $[0$ □ $2\pi]$ □□□5□□□□

□□□□□



□ $5\pi \leqslant 2\pi\omega+\frac{\pi}{5}<6\pi$ □

□□ A□ B□□□□ $y=\sin x$□ $[\frac{\pi}{5},2\pi\omega+\frac{\pi}{5}]$ □□□□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,2\pi)$ □□□□□3□□□□□□□3□□2□□□□□□

□ A□□□ B□□□

□□ C□□ $x\in(0,\frac{\pi}{10})$ □□ $\omega x+\frac{\pi}{5}\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $\omega>0$ □□□□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{\pi}{10})$ □□□□□□□ C□□□

□□ D□□ $5\pi \leqslant 2\pi\omega+\frac{\pi}{5}<6\pi$ □□□ $\frac{12}{5}\leqslant \omega<\frac{29}{10}<3$ □□ D□□□

□□□ B□

7□□2021•□□□□□□□□□□ P□□□□ $ABCD-ABCD$ □□□ $ABCD$ □□□□□□□□□ ADP□□ BCP□□□□□□□□ α □

□ ABP□□ CDP□□□□□□□ β □□ $\alpha>\beta$ □□□□□□□□□$($　　$)$

A□ $\angle APC>\angle BPD$

B□ $\angle APC<\angle BPD$

C□ $max\{\angle APD$ □ $\angle BPC\}>max\{\angle APB$ □ $\angle CPD\}$

D□ $min\{\angle APD$ □ $\angle BPC\}>min\{\angle APB$ □ $\angle CPD\}$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ E□ F□ G□ H□□□□□□□□ O□□□□□□□□ O' □

□ ADP□□ BCP□□□□□□□□ α □□ ABP□□ CDP□□□□□□□□ β □□ $\alpha>\beta$ □

□□□□ P□ HF□□□□□ EG□□□□□

□□□ P□□□□□□□□□□□

□ ΔAPC□ ΔBPD□□ $AC=BD$□ PQ□□□□□ Q□□□□□□□

$\angle APC$□ $\angle BPD$□□□□ PQ□ AC□ BD□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ PQ □ AC □ BD □□□□□□□□□□□□□□

□□ P □□□ A' □□ PQ □□□ AC □□□□□□□□□□□ BD □□□□□□ 90° □

□□ $\angle BPD > \angle APC$ □

□□□□ P □□□□ D' □□ $\angle APC > \angle BPD$ □

□□□ A □□□□□ B □□□

$\angle APD$ □ $\angle BPD$ □□□□□□□ P □□ EG □□□□□□□□

□□□□□□□ $\angle APD > \angle BPC$ □

□□□□□□□ $\angle APD < \angle BPC$ □

□□□ EG □□□ $\angle APD = \angle BPC$ □

□□□□ P □ HF □□□□□ $\angle APB > \angle CPD$ □

□ P □ HF □□□ $\angle APB = \angle CPD$ □

□ P □ HF □□□□□ $\angle APB < \angle CPD$ □

□□□□ P □ $A'OH$ □□□ $max\{\angle APD$ □ $\angle BPC\} = \angle APD$ □ $min\{\angle APD$ □ $\angle BPC\} = \angle BPC$ □

$max\{\angle APB$ □ $\angle CPD\} = \angle APB$ □ $min\{\angle APB$ □ $\angle CPD\} = \angle CPD$ □

□□ $PH < PE$ □

□ $\angle APD > \angle APB$ □

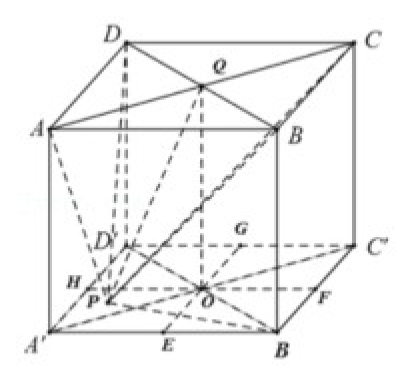
□□ $PG < PF$ □

□ $\angle BPC < \angle CPD$ □

□□□ C □□□□□ D □□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□ C □



8□□2021•□□□□□□□□□□□ $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ □□□□□ M□N□□□□ $y=-x+t$ □□□□ MN □□□□□□□ $y^2=x$ □□□□□ t □□

□$(\quad)$

A□0　　B□2　　C□0 □2　　D□0 □6

□□□□□□□ $M(x_1$□$y_1)$□$N(x_2$□$y_2)$□□ $x_1\neq x_2$□MN □□□□ $E(x_0$□$y_0)$□

□ $\begin{cases}\frac{x_1^2}{2}+y_1^2=1\\ \frac{x_2^2}{2}+y_2^2=1\end{cases}$ □□□□□□□ $\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{2}+(y_1+y_2)(y_1-y_2)=0$ □

□ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{1}{2}\times\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$ □

□□ $\begin{cases}x_1+x_2=2x_0\\ y_1+y_2=2y_0\end{cases}$ □□□□□ $k_{MN}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{x_0}{y_0}$ □□ M□N □□□□□□ $y=-x+t$ □□□

□□ $k_{MN}=1$ □□□ $y_0=-\frac{1}{2}x_0$ □□□□ $y_0=-x_0+t$ □□□ $x_0=2t$□$y_0=-t$□

□□□□□ $y^2=x$ □□ $(-t)^2=2t$ □□□ $t=9$□$t=2$□

□□□ C□

9□□2021•□□□□□□□□□ S□A□B□C □□□□□□□□□□□ ΔABC□ΔSBC □□□□□1 □□□□□□□□□ $A-BC-S$ □□□

□ $\frac{2\pi}{3}$ □□□□□□□□□$(\quad)$

A□$\frac{4}{3}\pi$　　B□$\frac{7}{3}\pi$　　C□3π　　D□$\frac{13}{3}\pi$

□□□□□□□□□ BC □□□ D □□□ AD□SD□

□□□□ $AD\perp BC$□$SD\perp BC$□

$\therefore\angle ADS$ □□□□ $A-BC-S$ □□□□□□ $\angle ADS=\frac{2\pi}{3}$ □

□□□□ $BC\perp$ □□ ADS□

□□□ ΔABC□ΔSBC □□□ E□F □□□ E□F □□□□□□□□□□□

□□□□□□ O □□ O □□□□□□□□□□□□□ OA □□□ O □□ $R=OA$□

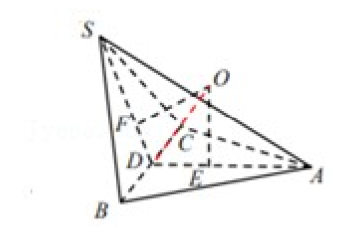
□□□ $BD=\frac{1}{2}$□$AD=\frac{\sqrt{3}}{2}$□$DE=\frac{1}{3}AD=\frac{\sqrt{3}}{6}$□$AE=\frac{2}{3}AD=\frac{\sqrt{3}}{3}$□

□□ OD□□ $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ODE}$ □□ $\angle ODE=\frac{\pi}{3}$□$OE=\sqrt{3}DE=\frac{1}{2}$□

$\therefore OA^2=OE^2+AE^2=\frac{7}{12}$□

$\therefore$□O□□□□□ $S=4\pi R^2=\frac{7\pi}{3}$□

□□□B□



10□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□□□xOy□□□□□$O:x^2+y^2=r^2(r>0)$□□$M:(x-3)^2+(y-4)^2=9$□□□A□B□

□□□P□□□AB□□□□□□□□□□□□□□□□P□□□P□□□□1□□□□□□□M□□□□□r□□□□□$(\quad)$

A□$(\sqrt{14},3\sqrt{6})$　B□$(4,8)$　C□$(\sqrt{15},6\sqrt{2})$　D□$(2\sqrt{3},3\sqrt{7})$

□□□□□□□□□□□□□□□□□$OM=5$□

□$|r-3|<5<r+3$□□□$r\in(2,8)$□

□P□□□AB□□□□□P□□□1□□□□□□□M□□□□□□□□P□□□□

□□O□□M□□□□□□□□□□AB□□□□$6x+8y-16-r^2=0$□

□□□M□□P□□□□□

□□$|MP|=\frac{|34-r^2|}{10}$□□$\frac{|34-r^2|}{10}<2$□

□□$\sqrt{14}<r<3\sqrt{6}$□

□□□A□

11□□2021•□□□□□□□□□□□n□□□S_n□□□□$\{a_n\}$□□$a_n>0$□□□$q\neq1$□□□□□□□□□$(\quad)$

A□□ $q\in(0,1)$ □□□□ $M>0$ □□□ $S_n<M$ □□□ $n\in N$ □□□

B□□ $q=2$ □□ $S_n<a_{n+1}$

C□□ $q\geqslant 2$ □□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□□□□□□

D□□ $S_k>q^mS_{k-1}(k\geqslant 2,m\geqslant 2,k\in N,m\in N)$ □□ $S_m>q^kS_{m-1}$

□□□□□□□□ A□ $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1q^n}{1-q}<\frac{a_1}{1-q}$ □□ A□□□

□□ B□ $S_n=\frac{a_1(1-2^n)}{1-2}=a_1\cdot 2^n-a_1=a_{n+1}-a_1<a_{n+1}$ □□ B□□□

□□ C□□ $q\geqslant 2$ □□ $a_{n+1}\geqslant 2a_n$ □ $a_m+a_k>a_m\geqslant a_{n+1}\geqslant 2a_n\ (m>n>k)$ □□□□□□□□□□□□ C□□□

□□ D□□ $S_k>q^mS_{k-1}$ □□□ $\frac{a_1(1-q^k)}{1-q}>\frac{a_1q^m(1-q^{k-1})}{1-q}=\frac{a_1q^m-a_1q^mq^{k-1}}{1-q}$ □

□ $\frac{a_1-a_1q^k}{1-q}>\frac{a_1q^m-a_1q^{m-1}q^k}{1-q}$ □□□□□ $\frac{a_1-a_1q^m}{1-q}>\frac{a_1q^k-a_1q^{m-1}q^k}{1-q}$ □

□□ $S_m>q^kS_{m-1}$ □□ D□□□

□□□ C□

12□□2021•□□□□□□□□□□□ $f(x)=|\cos x|+\cos|2x|$ □□□□□□□□

① $f(x)$ □□□□ $[-1$□$2]$□

② $f(x)$ □ $[0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□

③ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{3\pi}{4}$ □□□

④ $f(x)$ □□□□□□□ π □

□□□□□□□□□□□□□□□( )

A□1 □　　　　B□2 □　　　　C□3 □　　　　D□4 □

□□□□□①□ $f(x)=|\cos x|+\cos|2x|=|\cos x|+\cos 2x=|\cos x|+2|\cos^2 x|-1$□

□ $t=|\cos x|(0\leqslant t\leqslant 1)$□

□ $f(x)=|\cos x|+2\cos^2 x-1=2t^2+t-1$□□ $g(t)=2t^2+t-1$□□□□□□□ $t=-\dfrac{1}{4}$□□ $g(t)$ □ $[0$□$1]$□□□□□

$\therefore g(t)\in[g(0)$□ g□1□$]=[-1$□$2]$□□ $f(x)$ □□□□$[-1$□$2]$□□①□□□

② □①□ $g(t)$ □$[0$□$1]$□□□□□□□ $x\in[0$□$\dfrac{\pi}{2}]$□□ $t=|\cos x|=\cos x$□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □$[0$□$\dfrac{\pi}{2}]$□□□□□□□②□□□

③ □□ $f(\dfrac{3\pi}{2}-x)=|\cos(\dfrac{3\pi}{2}-x)|+\cos|2(\dfrac{3\pi}{2}-x)|=|\sin x|+|\cos 2x|\neq f(x)$□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $x=\dfrac{3\pi}{4}$ □□□□③□□□

④ $f(\pi+x)=|\cos(\pi+x)|+\cos|2(\pi+x)|=|\cos x|+\cos|2x|=f(x)$□ $f(x)$ □□□□□□□ π □□④□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□1 □□

□□□ A□

13□□2013•□□□□□□ $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$□□□□ x_1□x_2□□ $f(x_1)=x_1$□□□□ x□□□ $3(f(x))^2+2af(x)+b=0$□□

□□□□□□$(\quad)$

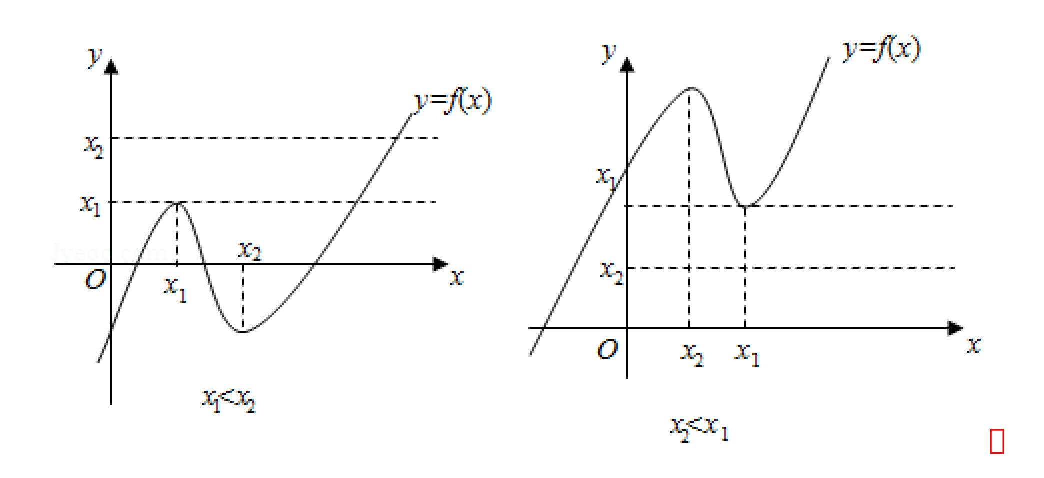
A□3　　　　B□4　　　　C□5　　　　D□6

□□□□□□ $f'(x)=3x^2+2ax+b$□x_1□x_2□□□$3x^2+2ax+b=0$□□□□

□$3(f(x))^2+2af(x)+b=0$□□ $x=x_1$□□ $x=x_2$□

□$3(f(x))^2+2af(x)+b=0$□□□ $f(x)=x_1$□ $f(x_2)=x_2$□□□

□□□□



□

□□□□□ $f(x)=x_1$ □2□□□ $f(x)=x_2$ □1□□□□□ $3(f(x))^2+2af(x)+b=0$ □□□□□□□3□

□□□ A□

14□□2021•□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ □□□□ F□□□ l□□□□ l□□□□ C□□□□□□□□□□□□□ A□□□ l□

□□□□□□□□□□ B□□□ O□□□□□□□ ΔOAB□□□□□□□□ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}a$ □□□□□ C□□□□□ $(\quad)$

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □2

□□□□□□1□□ A□ B□ y□□□□□□□ A□□□□□□

□□□□ ΔOAB□□□□□□□ M□□ M□ $\angle AOB$□□□□ Ox□□□□ M□□□ $MN\perp OA$□ N□ $MT\perp AB$□ T□

□ $FA\perp OA$□□□□ $MTAN$□□□□□□□□□□□□□□□□□ b□ $|FA|=b$□□ $|OF|=c$□□□ $|OA|=a$□

□ $|NA|=|MN|=\frac{\sqrt{3}-1}{2}a$ □□□ $|NO|=\frac{3-\sqrt{3}}{2}a$ □

□□ $\frac{b}{a}=\tan\angle AOF=\frac{|MN|}{|NO|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ □□□□□ $e=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □

□2□□ A□ B□ y□□□□□□□ A□□□□□□□□□□□ $|FA|=b$□ $|OF|=c$□ $|OA|=a$□

所以 ΔOAB 的内切圆半径为 $\dfrac{|AB|+|OA|-|OB|}{2}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}a$，

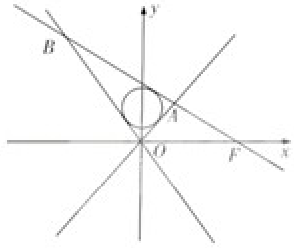
所以 $|OB|-|AB|=2a-\sqrt{3}a$，

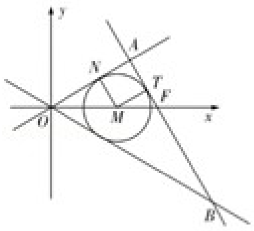
又因为 $|OB|^2=|AB|^2+a^2$，所以 $|AB|=\sqrt{3}a$，$|OB|=2a$，

所以 $\angle BOA=60^\circ$，$\angle AOF=60^\circ$，则 $\dfrac{b}{a}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$，从而可得 $e=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=2$.

综上，双曲线 C 的离心率为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 2.

故选：D.





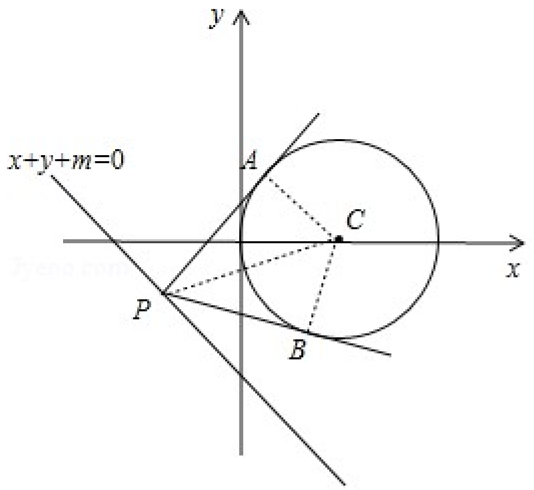
15.（2021•全国Ⅱ卷模拟）已知直线 $l: x+y+m=0$，圆 $C: x^2+y^2-4x=0$，若在直线 l 上存在一点 P，使得过点 P 作圆的切线 PA，PB（点 A，B 为切点），满足 $\angle APB=60^\circ$，则 m 的取值范围为（ ）

A. $[-2,2]$ B. $[-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$ C. $[-1,1]$ D. $[-4\sqrt{2}-2,4\sqrt{2}-2]$

【解答】解：根据题意，圆 C 化为：$(x-2)^2+y^2=4$，圆心为 $(2,0)$，半径 $r=2$，

过点 P 作圆 C 的两条切线，切点为 A，B，连接 PC，

若 $\angle APB=60^\circ$，则 $\angle APC=30^\circ$，如图所示：



又由 $CA\perp PA$，

则 $|PC|=2|CA|=2r=4$，

若直线 $l: x+y+m=0$ 上存在点 P，满足 $\angle APB=60^{\circ}$，

则有 C 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|2+m|}{\sqrt{1+1}}\leqslant 4$，

解得：$-4\sqrt{2}-2\leqslant m\leqslant 4\sqrt{2}-2$，

即 m 的取值范围是 $[-4\sqrt{2}-2, 4\sqrt{2}-2]$.

故选：D.

16.（2021•通辽模拟）高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有数学王子的美誉，他和阿基米德，牛顿并列为世界三大数学家，用其名字命名的“高斯函数”为：设 $x\in R$，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $y=[x]$ 称为高斯函数，例如 $[-3.7]=-4$，$[2.3]=2$. 已知 $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\dfrac{1}{2}$，则函数 $y=2[f(x)]+[f(-x)]$ 的值域为（　　）

A. $\{-2, -1, 0\}$　　B. $\{-1, 1\}$　　C. $\{-2, 0\}$　　D. $\{-2, 1, 0\}$

【解答】解：$\because f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\dfrac{1}{2}=1-\dfrac{1}{e^x+1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{e^x+1}$ 是 R 上的增函数，

$\because e^x+1>1$，$\therefore -1<-\dfrac{1}{e^x+1}<0$，$-\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{e^x+1}<\dfrac{1}{2}$，

$\therefore$ 当 $f(x)\in(-\dfrac{1}{2}, 0)$ 时，$[f(x)]=-1$，$[f(-x)]=0$；

□ $f(x)\in(0$□$\frac{1}{2})$ □□$[f(x)]=0$□$[f(-x)]=-1$□

□ $f(x)=0$□□$[f(x)]=[f(-x)]=0$□

$\therefore$□□ $y=2[f(x)]+[f(-x)]$□□□□$\{-1$□$0\}$□

$\therefore$□□ $y=2[f(x)]+[f(-x)]$□□□□$\{-2$□-1□$0\}$□

□□□ A□

17□□2021•□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin|x|+\frac{1}{\sin|x|}$□□□□□□□□□□□□□□□□□$(\quad)$

① $f(x)$□□□□□

② $f(x)$□□□□ $x=\frac{\pi}{2}$□□□

③ $f(x)$□□□□□-2□

④ $f(x)$□$(-\frac{\pi}{2}$□$0)$□□□□□□

A□①② B□①④ C□①②④ D□①③④

□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin|x|+\frac{1}{\sin|x|}$□

□□①□□□□□□□□□□$\{x|x\neq k\pi\}(k\in Z)$□□□□ $f(-x)=f(x)$□□ $f(x)$□□□□□□①□□□

□□②□□□ $f(x)$□□ $f(x)\neq f(\pi-x)$□□□ $f(-\frac{\pi}{2})=2$□ $f(\frac{3\pi}{2})=-2$□□□□ $f(x)$□□□□□ $x=\frac{\pi}{2}$□□□□②□□□

□□③□□ $\sin|x|>0$□□□□ $f(x)=\sin|x|+\frac{1}{\sin|x|}\geqslant 2\sqrt{\sin|x|\cdot\frac{1}{\sin|x|}}=2$□□□□□□□□□2□□③□□□

□□④□□□ $x\in(-\frac{\pi}{2}$□$0)$□ $f(x)=-\sin x-\frac{1}{\sin x}$□□□ $f'(x)=-\cos x+\frac{\cos x}{\sin^2 x}=\frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}$□

□□ $x\in(-\frac{\pi}{2}$□$0)$□□□ $f'(x)>0$□□□□□$(-\frac{\pi}{2}$□$0)$□□□□□□□④□□□

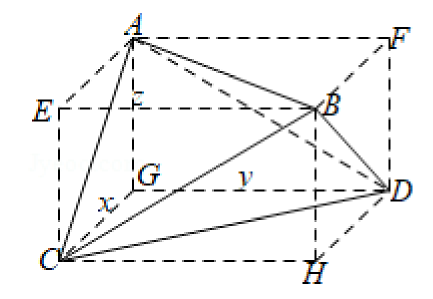
□□□ B□

18□□2021•□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□ $AB=CD=\sqrt{3}$ □ $AC=BD=2$ □ $AD=BC=\sqrt{5}$ □□□□□ $ABCD$ □□□□

□□□□□$(\quad)$

A□2π　　B□4π　　C□6π　　D□8π

□□□□□□□□□□□



□□□□ $ABCD$ □□□□□ $AEBF-GCHD$ □□□□□□□□□□□□□□□ x □ y □ z □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ R □

□□□□□□ $\begin{cases} AB^2=x^2+y^2=3 \\ AC^2=x^2+z^2=4 \\ AD^2=y^2+z^2=5 \end{cases}$ □

□□□□□□□□ $2(x^2+y^2+z^2)=12$ □

□□□□□□□□□□□□□ $2R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{6}$ □

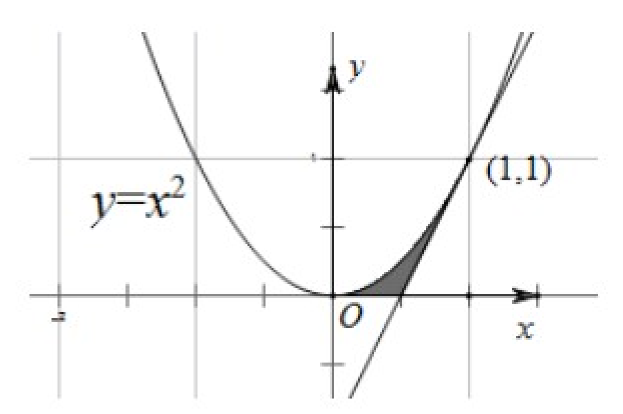
□□□□□□ $ABCD$ □□□□□□□□ $4\pi R^2=\pi\times(2R)^2=6\pi$ □

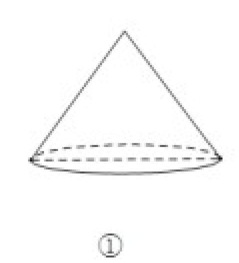
□□□ C □

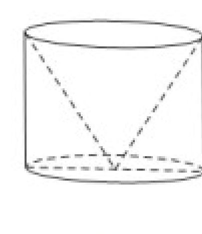
19□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□□□□□□□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

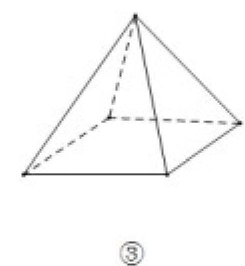
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $C: y=x^2$ □□□ l □□□ C □□ $(1,1)$ □□□□□□ 1 □□□□□□□□ C □□□ l □□ x □□

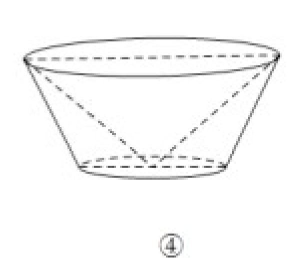
□□□□□□□□□□□□□□ y □□□□□□□□□□□ T □□□□□□□□□□











①　　　　②　　　　③　　　　④

□①□□□□□□□□□□ 1 □□□□

□②□□□□□□□□□□ 1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□③□□□□□□□□□□ 1 □□□□□□

□④□□□□□□□□ 2□□□□□□□ 1□□□ 1 □□□□□□□□□□□□ 2□□□ 1 □□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ T □□□□□□□$(\quad)$

A□①　　　　B□②　　　　C□③　　　　D□④

□□□□□□□□□ $y=t$ □□ $y=x^2$ □□□ $(\sqrt{t},t)$ □□□ $0,\ t,\ 1$ □

□□□□□□ 2□□□□□□□ $y=2x-1$ □

$y=t$ □ $y=2x-1$ □□□ $(\frac{t+1}{2},t)$ □

□□□□□□□□□□□□□ T □□□□□□□□□

□□□□□ $\pi(\frac{t^2+2t+1}{4}-t)=\pi\cdot\frac{(t-1)^2}{4}$ □

□①□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{1}{2}(t-1)$ □

□□□□□□□ $\pi\cdot\frac{(t-1)^2}{4}$ □□□□□□

□②□□□□□□□□□□□□□□□□□□

得到的截面为一个圆环，截面的面积为大圆面积去掉一个小圆面积，

面积为 $\frac{1}{4}\pi-\frac{1}{4}\pi t^2$ ，不符合题意；

对于③，用一个平行于底面的截面截该几何体，

得到的截面为正方形，不符合题意；

对于④，用一个平行于底面的截面截该几何体，

得到的截面为一个圆环，

圆环的面积为 $\pi\cdot(\frac{t+1}{2})^2-\pi t^2=\frac{\pi(1-t)(1+3t)}{4}$ ，不符合题意．

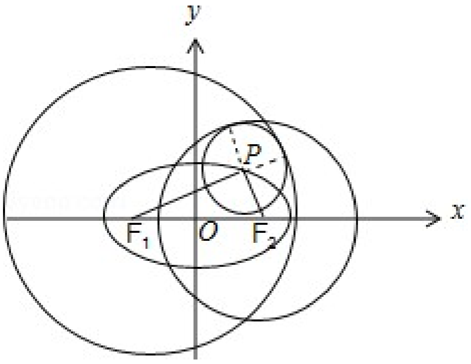
综上所述，四个几何体中与 T 体积相等的是图①．

故选：A．

20．（2021•成都模拟）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别是 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，点 P 是椭圆 C 上一点，满足 $|\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}|=|\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}|$，若以点 P 为圆心，r 为半径的圆与圆 $F_1:(x+c)^2+y^2=4a^2$，圆 $F_2:(x-c)^2+y^2=a^2$ 都内切，其中 $0<r<a$，则椭圆 C 的离心率为 $($　　$)$

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{4}$

【解答】解：如图，



由 $|\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}|=|\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}|$，可得 $PF_1\perp PF_2$，

又以点 P 为圆心，r 为半径的圆与圆 $F_1:(x+c)^2+y^2=4a^2$，圆 $F_2:(x-c)^2+y^2=a^2$ 都内切，

$\therefore|PF_1|+r=2a$，$|PF_2|+r=a$，

□$|PF_1|-|PF_2|=a$□□□□□□□□□□$|PF_1|+|PF_2|=2a$□

□□□□$|PF_1|=\frac{3a}{2}$□$|PF_2|=\frac{1}{2}a$□

□$Rt\triangle PF_1F_2$□□□$PF_1\perp PF_2$□□□$|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2$□

□$\frac{9}{4}a^2+\frac{1}{4}a^2=4c^2$□□□$e=\frac{\sqrt{10}}{4}(e>1)$□

□□□C□

21□□2021•□□□□□□□□□□□□□$A-BCD$□□□□BCD□□□□$2\sqrt{3}$□□□□□□□□$ABD\perp$□□BCD□□$AB=AD=2$□□

□□□□□□□□□□□□□$(\quad)$

A□12π　　B□16π　　C□20π　　D□24π

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□G□□□□□□ABD□□□□H□

□G□□□□□□□H□□□ABD□□□□□□□O□□O□□□□$A-BCD$□□□□□□□□

□□□□□$OH=GE=\frac{1}{3}\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=1$□

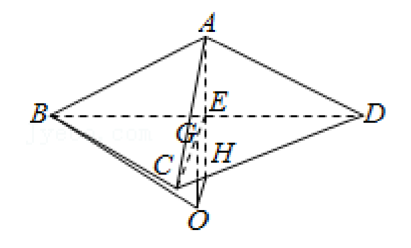
$\sin\angle ABD=\frac{\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}}{2}=\frac{1}{2}$□□□□□$ABD$□□□□□□□□$r$□

□$\frac{2}{\frac{1}{2}}=2r$□□$r=2$□

□$Rt\Delta BHO$□□□□$BH^2=OH^2+BH^2=5$□

$\therefore$□□□□□□□□□□□□□$4\pi R^2=20\pi$□

□□□C□



22□□2021•□□□□□□□□ $e^x - y > \ln y - x$□□( )

A□ $x > y$　　B□ $x > \ln y$　　C□ $x < y$　　D□ $x < \ln y$

□□□□□□□□□□ $e^x - y > \ln y - x$□

□ $e^x + x > y + \ln y = e^{\ln y} + \ln y$□

□□□□ $g(x) = e^x + x$□□ $g'(x) = e^x + 1 > 0$□

□ $g(x)$□ R□□□□ $g(x) > g(\ln y)$□

□ $x > \ln y$□

□□□ B□

23□□2021•□□□□□□□□□□ $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$□□□□□ F_1□□□ F_1□□□□□□□□□□□□□□□ M□ N□□□□ F_1□□□ M□□ N□□□□□ $\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{F_1N}$□□□□ F_1□ $F_1P\perp OM$□ P□□ O□□□□□□□□ $|ON|=|OP|$□□□□□ E□□□□ $e=($)

A□ $\sqrt{5}$　　B□ $\sqrt{3}$　　C□ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D□ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

□□□□□□□□□□□□ $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$□□□□□□□ $y=\pm\frac{b}{a}x$□

□□□□□□ $M(x_1,-\frac{b}{a}x_1)$□ $N(x_2,\frac{b}{a}x_2)$□ $F_1(-c,0)$□

$\overrightarrow{MN}=(x_2-x_1$□$\frac{b}{a}x_2+\frac{b}{a}x_1)$□ $\overrightarrow{F_1N}=(x_2+c,\frac{b}{a}x_2)$□

□ $\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{F_1N}$□□ $\begin{cases} x_2-x_1=3x_2+3c \\ \frac{b}{a}x_2+\frac{b}{a}x_1=\frac{3b}{a}x_2 \end{cases}$□□□ $\begin{cases} x_1=-\frac{3}{2}c \\ x_2=-\frac{3}{4}c \end{cases}$□

□□ F_1□□□ $bx+ay=0$□□□ $|F_1P|=\frac{|-cb|}{\sqrt{a^2+b^2}}=b$□ $|OF_1|=c$□

$\therefore |OP|=\sqrt{c^2-b^2}=a$□□$|ON|=|OP|=a$□

□$N(-\frac{3}{4}c$□$-\frac{3bc}{4a})$□$\therefore |ON|=\sqrt{(-\frac{3}{4}c)^2+(-\frac{3bc}{4a})^2}=\frac{3c^2}{4a}$□

□□$\frac{3c^2}{4a}=a$□□$3c^2=4a^2$□$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$□

□□□C□

□□□□ΔOPF_1□ΔONF_1□□□$|ON|=|OP|$□$|OF_1|=|OF_1|$□$\angle POF_1=\angle NOF_1$□

□$\Delta OPF_1\cong\Delta ONF_1$□ $F_1P\perp OM$□$\therefore F_1N\perp ON$□

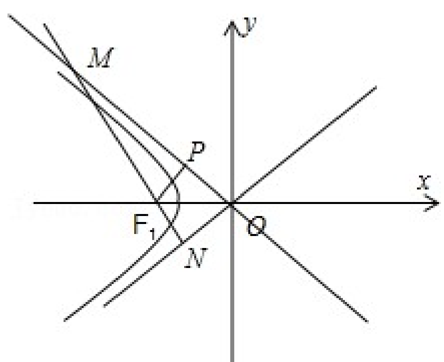
□$|F_1N|=m$□□$|F_1P|=m$□$|MF_1|=2m$□□□$\sin\angle PMF_1=\frac{|F_1P|}{|MF_1|}=\frac{m}{2m}=\frac{1}{2}$□

$\therefore \angle PMF_1=30^\circ$□□□$\angle MON=60^\circ$□□$\angle F_1ON=30^\circ$□

$\therefore \tan 30^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$□

$\therefore e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$□

□□□C□



24□□□□□$f(x)=ln(x+\sqrt{1+x^2})+e^x-e^{-x}$□□□□□$f(ax+1)>f(\ln x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□□□$a$□□□□□□$(\quad)$

A□$(\frac{1}{e^2}$□$+\infty)$　B□$[-\frac{1}{e^2}$□$+\infty)$　C□$(-\frac{2}{e^2}$□$+\infty)$　D□$[\frac{2}{e^2}$□$+\infty)$

【解答】解：令 $h(x)=x+\sqrt{1+x^2}$，

则 $h'(x)=1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}}>0$ 在 R 上恒成立，

所以 $h(x)$ 在 R 上为增函数，又 $h(x)>0$，

所以函数 $y=ln(h(x))$ 是 R 上的增函数，

又 $y=e^x$，$y=-e^{-x}$ 都是 R 上的增函数，

所以函数 $f(x)=ln(x+\sqrt{1+x^2})+e^x-e^{-x}$ 是 R 上的增函数，

因为 $f(ax+1)>f(lnx)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

所以 $ax+1>lnx$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，即 $a>\frac{lnx-1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

令 $g(x)=\frac{lnx-1}{x}$，则 $g'(x)=\frac{2-lnx}{x^2}$，

令 $g'(x)>0$，得 $0<x<e^2$，

令 $g'(x)<0$，得 $x>e^2$，

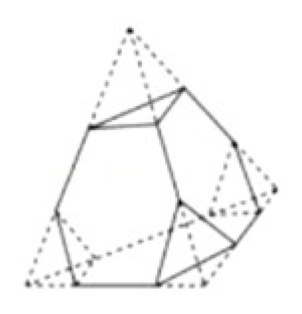
所以 $g(x)$ 在 $(0,e^2)$ 上单调递增，在 $(e^2,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $g(x)_{\max}=g(e^2)=\frac{1}{e^2}$，

故 $a>\frac{1}{e^2}$，

故选：A.

25.（2021•思明区校级模拟）阿基米德多面体是以边数不全相同的正多边形为面的多面体，如图，将正四面体沿相交于同一个顶点的三条棱上的 3 个点截去一个正三棱锥，如此共截去 4 个正三棱锥，若得到的几何体是一个由正三角形与正六边形围成的阿基米德多面体，且该阿基米德多面体的表面积为 $7\sqrt{3}$，则该阿基米德多面体外接球的体积为（　　）



A．$\frac{\sqrt{11}\pi}{2}$　　　　B．$\frac{4\pi}{3}$　　　　C．$\frac{11\sqrt{22}\pi}{24}$　　　　D．$\frac{11\pi}{6}$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$\frac{1}{3}$□

□□□□□□□□□a□□□□□□$4\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2=\sqrt{3}a^2$□

□□□□□□□□□□$\sqrt{3}a^2-8\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\frac{1}{3}a)^2=\frac{7\sqrt{3}a^2}{9}=7\sqrt{3}$□□$a=3$□

□□□□□□□□□□□□□□$h=\sqrt{a^2-(\frac{a}{2})^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$□

$\therefore$□□□□□□□$H=\sqrt{a^2-(\frac{2}{3}h)^2}=\sqrt{6}$□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□R□□□O□

□□□□□□□□□□O□□□□□□□□□□□□□□□d□□□□□□□□□□

$\therefore$□□□□□□□□$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times a\times h\times H=4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times a\times h\times d$□□$d=\frac{H}{4}=\frac{\sqrt{6}}{4}$□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$r=1$□

$\therefore R^2=r^2+d^2=1+\frac{6}{16}=\frac{11}{8}$□

□□□□□□□□□□□□□□$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{11\sqrt{22}\pi}{24}$□

□□□C□

□□□□□□5□□□

26□□2021•□□□□□□□□□□□□ $y^2=2px$ □□□□ F □□□□ l □□ A □ B □□□□□ $($ $\quad)$

A□□□□ AB □□□□ F □□□ $AF=3FB$ □□□□□ AB □□□□□ 60° □ 120°

B□□□□ AB □□□□□ F □□ y □□□ C □□□□□□□ $(1,2)$ □□ ΔBCF □ ΔACF □□□□□□ $\frac{|BF|-1}{|AF|-1}$

C□□ M □□□ l □□□□□□□□□ MA □ MB □□□□□□□□□□□□□ AB □□□□ F

D□□□□ AB □□□□□ F □□ x □□□ N □□ AF □□□□□□□□□□□ A_1 □□ BF □□□□□□□□□□□ B_1 □□ $AB//A_1B_1$

□□□□□□ A □□□□□□□□ A □ B □□□ $AM\perp l$ □ $BE\perp l$ □□□□□□ M □ E □

□ $AF=AM$ □ $BF=BE$ □□□ B □ $BN\perp AM$ □□□□ N □□□ $MN=BE$ □

$\therefore AN=AF-BF=2BF=\frac{1}{2}AB$ □ $\therefore \angle NAF=60^\circ$ □

□□□□ AB □□□□ $\angle AFx=60^\circ$ □

□□□□□□□□ AB □□□□□□□□ 120° □

□□□□□□□ AB □□□□□ 60° □ 120° □□□□□□

B □□□□□□□□□□□ $(1,2)$ □□ $2^2=2p$ □□□ $p=2$ □

$\therefore \frac{p}{2}=1$ □□□□□□□□□ $x=-1$ □

□□□ A □ B □ $AM'\perp l$ □ $BN'\perp l$ □□□□ y □□□ M □ N □

□□□□□ M' □ N' □□ $AF=AM'$ □ $BF=BN'$ □

□ ΔBCF □ ΔACF □□□□□□□ S_1 □ S_2 □

□ $\frac{S_1}{S_2}=\frac{BC}{AC}=\frac{BN}{AM}=\frac{BN'-1}{AM'-1}=\frac{|BF|-1}{|AF|-1}$ □□□□□□

C □□ $M(-\frac{p}{2}, m)$ □ $A(\frac{y_1^2}{2p}, y_1)$ □ $B(\frac{y_2^2}{2p}, y_2)$ □

□□ M □□□□□□□□□□□ $x=t(y-m)-\frac{P}{2}$ □

□ $y^2=2px$ □□□□□□ $y^2-2pty+2ptm+p^2=0$ □ $(*)$

$\triangle=4p^2t^2-4(2ptm+p^2)=0$,

化为：$pt^2-2mt-p=0$，可得：$t^2-\frac{2m}{p}t-1=0$，

$t_1+t_2=\frac{2m}{p}$，$t_1t_2=-1$.

$\therefore y_1=pt_1$，$y_2=pt_2$.

$k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2}{2p}-\frac{y_2^2}{2p}}=\frac{2p}{y_1+y_2}$，直线 AB 的方程为：$y-y_1=\frac{2p}{y_1+y_2}(x-\frac{y_1^2}{2p})$，

令 $y=0$，可得：$x=-\frac{y_1y_2}{2p}=\frac{p}{2}$，因此直线 AB 必过焦点 F，正确；

D. 如图所示，直线 AB 不经过焦点 F，不妨设交 x 轴于点 $N(p,0)$，$k_{AB}=2$，

$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 AB 的方程为：$x=\frac{1}{2}y+p$，

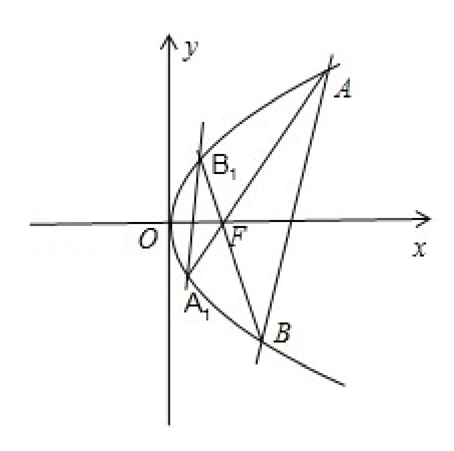
联立 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}y+p\\y^2=2px\end{cases}$，化为：$y^2-py-2p^2=0$，解得 $y_1=2p$，$y_2=-p$.

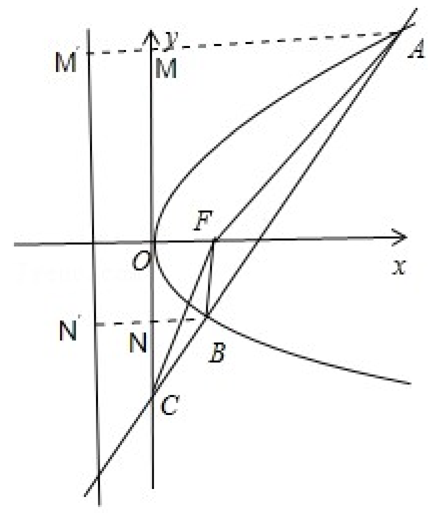
$\therefore A(2p,2p)$，$B(\frac{p}{2},-p)$，

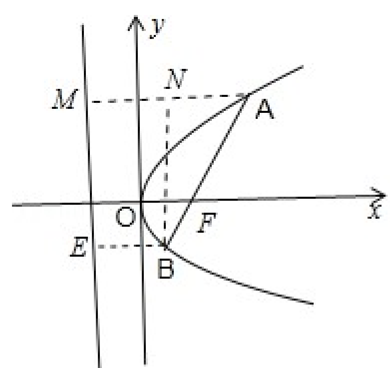
直线 AF 的方程为：$y-0=\frac{2p-0}{2p-\frac{p}{2}}(x-\frac{p}{2})$，可得：$y=\frac{4}{3}(x-\frac{p}{2})$，与抛物线方程 $y^2=2px$ 联立可得：$A'(\frac{p}{8},-\frac{p}{2})$，

$B'(\frac{p}{2},p)$，$\therefore k_{A'B'}=\frac{-\frac{p}{2}-p}{\frac{p}{8}-\frac{p}{2}}=4\neq 2$，因此 AB 与 $A'B'$ 不平行，因此 D 不正确.

故选：ABC.







27□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□ xOy □□□□□□ $x^2=2y$ □□□□□□ l □□□□□□□□□□□ $A(x_1$□$y_1)$□$B(x_2$□$y_2)$□□$($
$)$

A□ $y_1y_2=\frac{1}{4}$

B□□ AB □□□□□□□□ $y=-\frac{1}{2}$ □□

C□ $|OA|+|OB|$ □□□□ $2\sqrt{2}$

D□□□□ B□ x□□□□□□□□□ OA□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $F(0,\frac{1}{2})$ □

□□□□□□ F □□□□□□□□□□□□□□□□□ l □□□□□□ $y=kx+\frac{1}{2}$ □

□□ $\begin{cases} y=kx+\frac{1}{2} \\ x^2=2y \end{cases}$ □□□□□□□ $x^2-2kx-1=0$□

□□ $x_1+x_2=2k$□ $x_1x_2=-1$□

□□ $y_1+y_2=k(x_1+x_2)+1=2k^2+1$□ $y_1y_2=\frac{x_1^2x_2^2}{4}=\frac{1}{4}$□

□□ A□□□

□ AB□□□□□□□□□□□□□□□ $(\frac{x_1+x_2}{2}$□$\frac{y_1+y_2}{2})$ □□ $(k,k^2+\frac{1}{2})$ □

□□ $\frac{|AB|}{2}=\frac{y_1+y_2+1}{2}=k^2+1$ □

□□□□□□□ $y=-\frac{1}{2}$□□□□□ $k^2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=k^2+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B□□□

□□□ AB□ x□□□□□ $|OA|=|OB|=\frac{\sqrt{5}}{2}$ □

$|OA|+|OB|=\sqrt{5}<2\sqrt{2}$□

□□ $|OA|+|OB|$□□□□□□□ $2\sqrt{2}$ □□ C□□□□

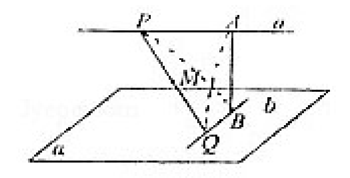
□□ OA□□□□□□ $y=\frac{y_1}{x_1}x=\frac{x_1}{2}x$ □□ $x=x_2$□□□□□□□□ $(x_2$□$\frac{x_1x_2}{2})$ □

□□ $\frac{x_1x_2}{2}=\frac{1}{2}$□□□□□□□ B□ x□□□□□□□□□□□ OA□□□□□□□ $y=-\frac{1}{2}$□□□ D□□□

□□□ ABD□

28□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□ a□ b□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ AB□ a□ b□□□□□□□□ $AB=2$□□□ P□ Q□□□□□□ a□

b□□□□□PQ□AB□□□□$\theta=\dfrac{\pi}{4}$□□□PQ□□□□M□□□□□□□□□(　　)



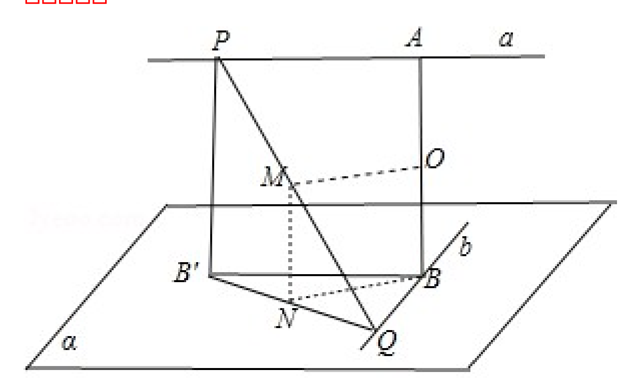
A□PQ□□□□$2\sqrt{2}$　　　　B□PQ□□□□□□□

C□□M□□□□□　　　　D□□□□$A-BPQ$□□□□□□

□□□□□□□□P□$PB\perp\alpha$□□B□

□□BQ□

□□□□□



□$\angle QPB=\dfrac{\pi}{4}$□

□$PQ=\dfrac{2}{\cos\dfrac{\pi}{4}}=2\sqrt{2}$　□□A□□□B□□□□

□BQ□□□□N□□□$BB\perp BQ$□□$BQ=2$□□□$BN=1$□

□AB□□□□O□□□O□M□N□B□□□□□□$OMNB$□□□□□□□

□$OM=BN=1$□$MN=\dfrac{1}{2}PB$□

□□M□□□α□□□□□□□

□□□M□□□□□□□C□□□

□□Q□B□□□□□□□□□$A-BPQ$□□□□□□□

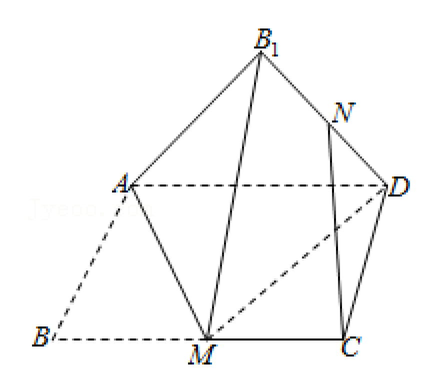
□□□□0□□□□Q□□B□□□□□□□P□□A□□□□□□□□□□□□0□

□D□□□

□□□AC□

29□□2021•□□□□□□□□□□$ABCD$□□M□BC□□□□□ΔABM□□□AM□□□△AB_1M□□□B_1D□N□B_1D□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□$(\quad)$



A□□□□□□□□□□□$CN\perp AB_1$

B□□□□□□□□CN□□□□□

C□□$AB=BM$□□$AM\perp B_1D$

D□□$AB=BM=1$□□□□□B_1-AMD□□□□□□□□□□□B_1-AMD□□□□□□□□□□4π

□□□□□□□□□A□□□1□□AD□□E□□□EC□MD□F□

□$NE//AB_1$□$NF//MB_1$□

□□$CN\perp AB_1$□□□□$EN\perp NF$□

□$EN\perp CN$□□□□NE□NF□NC□□□□□□□□□□A□□

□□B□□□1□□□□$\angle NEC=\angle MAB_1$□□□□□

$NE=\frac{1}{2}AB_1$□□□□□$AM=EC$□□□□□

□□□□□□□□$NC^2=NE^2+EC^2-2NE\cdot EC\cos\angle NEC$□

$\therefore NC$ 是定值，故 B 正确.

对于 C：如图 2，取 AM 中点 O，连接 B_1O，DO，

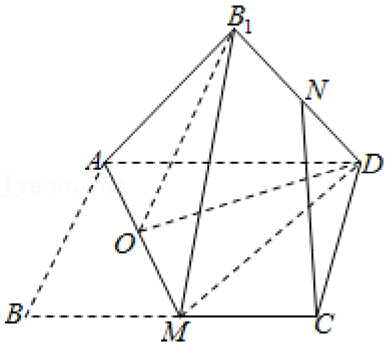
由题意得 $AM\perp$ 面 ODB_1，即可得 $OD\perp AM$，

从而 $AD=MD$，由题意不成立，可得 C 错误.

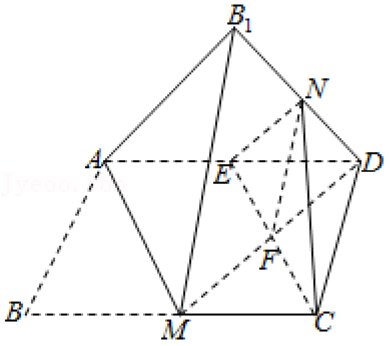
对于 D：当平面 $B_1AM\perp$ 平面 AMD 时，三棱锥 B_1-AMD 的体积最大，

由题意得 AD 中点 H 就是三棱锥 B_1-AMD 的外接球的球心，

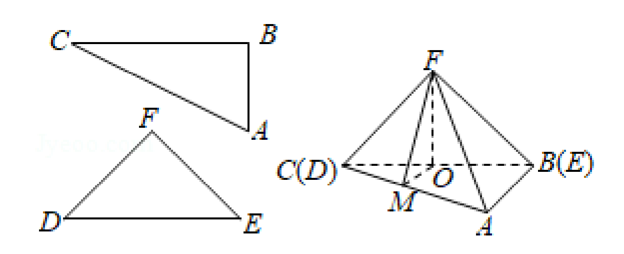
球半径为 1，表面积是 4π，故 D 正确



故选：BD.



30．（2021•潍坊模拟）一副三角板由一块有一个内角为 60° 的直角三角形和一块等腰直角三角形组成，如图所示，$\angle B=\angle F=90^\circ$，$\angle A=60^\circ$，$\angle D=45^\circ$，$BC=DE=\sqrt{3}$，现将两块三角形板拼接在一起，得三棱锥 $F-ABC$，取 BC 中点 O 与 AC 中点 M，则下列判断中正确的是（　　）



A□ $BC\perp$ □ OFM

B□ AC □□ OFM □□□□□□

C□□□□ $F-COM$ □□□□

D□□□□ $BCF\perp$ □□ ABC □□□□ $F-ABC$ □□□□□ $\frac{4}{3}\pi$

□□□□□□□ A □□□ O □ BC □□□ M □ AC □□□□□ $MO//AB$ □

$\angle B=\angle F=90^\circ$ □□□ $BC\perp OM$ □

□ ΔBCF □□□□□□□□□ $BC\perp OF$ □

□ $MO\cap FO=O$ □ MO □ $FO\subset$ □□ OFM □

□□ $BC\perp$ □□ OFM □□□ A □□□

□□ B □□□□ A □□□ AC □□□ OFM □□□□ $\angle OMC=60^\circ$ □□□□□□□ B □□□

□□ C □ ΔCOM □□□□□□□□□ $F-COM$ □□□□ F □□□□□□□□□□□ C □□□

□□ D □□□□ $BCF\perp$ □□ ABC □□□ $BCF\cap$ □□ $ABC=BC$ □ $FO\subset$ □□ BCF □

□□ $FO\perp$ □□ ABC □□ $OM\subset$ □□ ABC □□□ $OM\perp FO$ □

□ $BC=DE=\sqrt{3}$ □ $\angle A=60^\circ$ □□□ $FO=\frac{1}{2}DE=\frac{\sqrt{3}}{2}$ □

□ $AB=1$ □□ $OM=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$ □□□ $MF=\sqrt{FO^2+OM^2}=1$ □

□□□□□ ABC □□ $MA=MB=MC=\frac{1}{2}AC=1$ □

□ $MA=MB=MC=MF$ □

□□□ M □□□□ $F-ABC$ □□□□□□

□□□□□□□□ $V=\frac{4}{3}\pi\cdot 1^3=\frac{4}{3}\pi$ □□□□ D □□□

□□□ ABD □

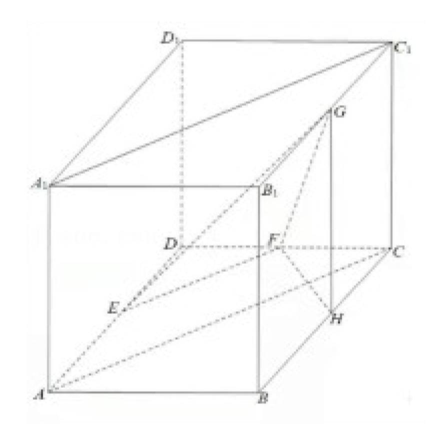
□□□□□□□ **20** □□□

31□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□□□2□ E □ F □ G □□□□ AD □ DC □ B_1C_1 □□□□□

$\angle BAD=60^{\circ}$ □□□□□□ AC_1 □ FG □□□□□□□□□ __0__ □□□□ $A-EFG$ □□□□ ____□

□□□□□□□□ AC □ EF □□ $AC_1//AC$ □ $EF//AC$ □□□ $AC_1//EF$ □

□□ $\angle EFG$ □□□□□ AC_1 □ FG □□□□□□□□□□□□□□

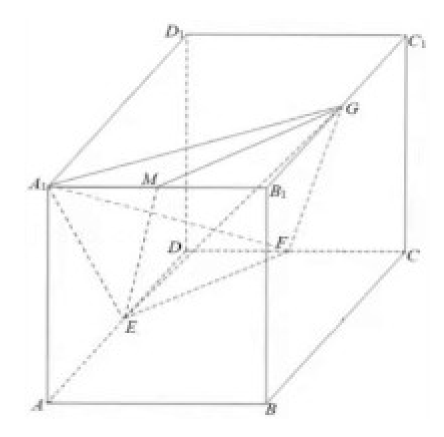


□ BC □□ H □□□ GH □ FH □□□ ΔGHF □□ FG □□□□□□□□□□

□□□□□□ $FH=1$ □ $GH=2$ □□□ $FG=\sqrt{5}$ □□ $AC=2\sqrt{3}$ □□□ $EF=\sqrt{3}$ □

□□ EG □ $GE=2\sqrt{2}$ □□□ $EG^2=EF^2+FG^2$ □□□ $EF\perp FG$ □□ $AC_1\perp FG$ □

□□□□□ AC_1 □ FG □□□□□□□□0□



□□□□□ A_1B_1 □□□ M □□□ ME □ MG □□□ $MG//EF$ □□ $MG=EF$ □

□□□□□ $EFGM$ □□□□□□□

□□ $V_{A-EFG}=V_{A-EMG}=V_{E-AMG}=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times\sin150^{\circ})\times2=\frac{\sqrt{3}}{6}$ □

□□□□□0□ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ □

32□□2021•□□□□□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ □□□□□□□ F_1 □ F_2 □ P □□□□□□□□□ PF_1 □□□□□

$E:x^2+(y-\frac{1}{2})^2=\frac{49}{4}$ □□ F_2 □□□□□□□□ __$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$__□

□□□□□□□□ $P(x_0$ □ $y_0)$ □ $F_1(-c,0)$ □□□□□ PF_1 □□□□□□□ $(\frac{x_0-c}{2}$ □ $\frac{y_0}{2})$ □□□□□ PF_1 □□□□□□□□□□□ $(\frac{x_0-c}{2}$ □ $\frac{y_0}{2})$ □

□□□□□□ $\frac{x_0-c}{2}=0$ □ $\frac{y_0}{2}=\frac{1}{2}$ □□ $x_0=c$ □ $y_0=1$ □

□□□□ E □ F_2 □□□ $c^2+(0-\frac{1}{2})^2=\frac{49}{4}$ □□□ $c=2\sqrt{3}$ □

□□ $P(2\sqrt{3}$ □ $1)$ □□ $c=2\sqrt{3}$ □□ P □□□□□□□□□□□□□□ $\frac{12}{a^2}-\frac{1}{b^2}=1$ □ $a^2+b^2=c^2=12$ □

□□ $a^2=9$ □ $b^2=3$ □

□□□□□□□□□□ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$ □

□□□□□ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$ □

33□□2021•□□□□□□□□□□□□□ $A-BCD$ □□ $\angle ABC=\angle ABD=\angle CBD=90^{\circ}$ □ $BC=BD=BA=1$ □□□ A □□□ α □

BC □ BD □□□□ P □ Q □□□□ AB □□□ α □□□□□ 30° □□□□ APQ □□□□□□□ __$\frac{2}{3}$__□

□□□□□□□□ B □ $BO\perp PQ$ □□□□ O □□□ OA □

□□ $AB\perp BC$ □ $AB\perp BD$ □ $BC\cap BD=B$ □□□ $AB\perp$ □□ BCD □

□ $PQ\subset$ □□ BCD □□□ $AB\perp PQ$ □

□ $BO\perp PQ$ □□ $AB\cap BO=B$ □□□ $PQ\perp$ □□ ABO □□ $PQ\perp AO$ □

□□ $\angle BAO$ □ AB □□□ α □□□□□ $\angle BAO=30^{\circ}$ □

□□ $AB=1$ □□□ $OA=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □□□□

□□□□ APQ □□□□□□ PQ □□□

□□ $PQ^2=BP^2+BQ^2\geqslant 2BP\cdot BQ=2PQ\cdot BO$ □

□ $PQ\geqslant 2BO$ □□□□□ $BP=BQ$ □□□□□□

□□ $PQ_{min}=2BO=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ □

□□□□ APQ □□□□□ $S=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{2}{3}$ □

□□□□□ $\frac{2}{3}$ □

34□□2021•□□□□□□□□□□□ A□ B□ P □□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ □□□□□□□□□ $PA+PB=2PO$ □□□□

PA□ PB □□□□□□ k_1□k_2□ $f(|k_1|)=f(|k_2|)$ □□□□□ $f(x)=|ln(\frac{x}{2})|$ □□ C □□□□□□ __ $y=\pm 2x$ __□

□□□□□□□ $M(x_0$□ $y_0)$□ $A(-a,0)$□ $B(a,0)$□

□□ $k_1\cdot k_2=\frac{y_0}{x_0+a}\cdot\frac{y_0}{x_0-a}=\frac{y_0^2}{x_0^2-a^2}=\frac{b^2}{a^2}$ □

□ $f(x)=|ln(\frac{x}{2})|$ □$\therefore$ $f(|k_1|)=|ln|\frac{k_1}{2}||$ □ $f(|k_2|)=|ln|\frac{k_2}{2}||$

□ $f(|k_1|)=f(|k_2|)$ □∴ $|ln|\frac{k_1}{2}||=|ln|\frac{k_2}{2}||$ □

□ $|\frac{k_1}{2}|\neq|\frac{k_2}{2}|$ □□□□□□□□□□□

□ $|\frac{k_1}{2}|\cdot|\frac{k_2}{2}|=1$ □

□□ $k_1\cdot k_2=\frac{b^2}{a^2}=4$ □

∴ $y=\pm 2x$ □

□□□□□ $y=\pm 2x$ □

35．□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x(x-e^x)+e^{2x}+me^x(x-e^x)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □ x_3 □□ $x_1<0<x_2<x_3$ □□□ $m\in R$ □ $e=2.718$ □□□□□□□□□□ $m-(\frac{x_1}{e^{x_1}}-1)^2(\frac{x_2}{e^{x_2}}-1)(\frac{x_3}{e^{x_3}}-1)$ □□□□ __ $(0,\frac{1}{e^2-e})$ __□

□□□□□□□ $f(x)=0$ □□ $x(x-e^x)+e^{2x}+me^x(x-e^x)=0$ □

□□□□□□ $e^x(x-e^x)$ □□□□ $\frac{x}{e^x}+\frac{e^x}{x-e^x}+m=0$ □

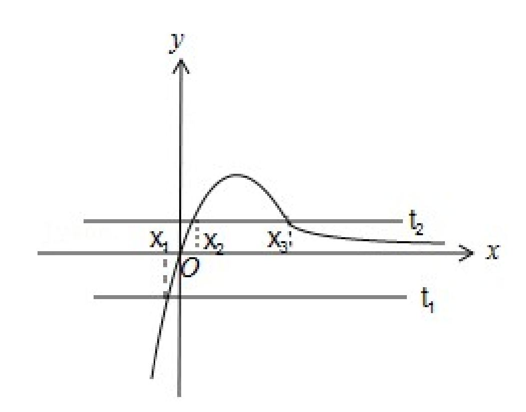
□ $\frac{x}{e^x}+\frac{1}{\frac{x}{e^x}-1}+m=0$ □□ $\frac{x}{e^x}=t$ □□ $t+\frac{1}{t-1}+m=0$ □

∴ $t^2+(m-1)t+1-m=0$ □

□ $g(x)=\frac{x}{e^x}$ □□ $g'(x)=\frac{1-x}{e^x}$ □□□ $g(x)$ □ $(-\infty,1)$ □□□□□

□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $g(0)=0$ □ g □1□ $=\frac{1}{e}$ □□ $x>0$ □□ $g(x)>0$ □

□□□□□□□□



□□□□ x □□□ $\frac{x}{e^x}+\frac{e^x}{x-e^x}+m=0$ □□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □ x_3 □

□ $x_1<0<x_2<x_3$ □□□□□□□□□ t □□□ $t^2+(m-1)t+1-m=0$ □□□□□□□ t_1 □ t_2 □

□ $t_1<0<t_2<\frac{1}{e}$ □□□ $1<m<1+\frac{1}{e^2-e}$ □

$t_1+t_2=1-m$ □ $t_1t_2=1-m$ □□ $\frac{x_1}{e^{x_1}}=t_1$ □ $\frac{x_2}{e^{x_2}}=\frac{x_3}{e^{x_3}}=t_2$ □

$\therefore(\frac{x_1}{e^{x_1}}-1)^2(\frac{x_2}{e^{x_2}}-1)(\frac{x_3}{e^{x_3}}-1)=(t_1-1)^2(t_2-1)^2$

$=[(t_1-1)(t_2-1)]^2=[t_1t_2-(t_1+t_2)+1]^2=[1-m-(1-m)+1]^2=1$ □

$m-(\frac{x_1}{e^{x_1}}-1)^2(\frac{x_2}{e^{x_2}}-1)(\frac{x_3}{e^{x_3}}-1)=m-1\in(0,\frac{1}{e^2-e})$ □

□□□□□ $(0,\frac{1}{e^2-e})$ □

36．（2021•□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□ E □ F □□□ AD □ BC □□□□□ $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=x$ □ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=y$ □□ $AB=\sqrt{2}$ □ $EF=1$ □ $CD=\sqrt{3}$ □□ xy □□□□□ __ $-\frac{1}{16}$ __ □

□□□□□□□□□□□□ $AB\cap DC=O$ □

□□ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{EF}+\frac{\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}}{2}$ □

$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{EF}+\frac{\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}}{2}$ □

□□ $AB+DC=2EF$ □□ $\vec{EF}=\frac{AB+DC}{2}$ □

□□□□ $1=\frac{AB^2+DC^2-2AB\cdot DC}{4}=\frac{2+3+2AB\cdot DC}{4}$ □

□□ $AB\cdot DC=-\frac{1}{2}$ □

□ □ $AD\cdot BC=(OD-OA)\cdot(OC-OB)=OD\cdot OC-OD\cdot OB-OA\cdot OC+OA\cdot OB=x$ □ □ □

$OD\cdot OC+OA\cdot OB=x+OD\cdot OB+OA\cdot OC$ □

$AC\cdot BD=(OC-OA)\cdot(OD-OB)=OD\cdot OC-OC\cdot OB-OA\cdot OD+OA\cdot OB=y$ □ □ □

$OD\cdot OC+OA\cdot OB=y+OC\cdot OB+OA\cdot OD$ □

□□ $x+OD\cdot OB+OA\cdot OC=y+OC\cdot OB+OA\cdot OD$ □

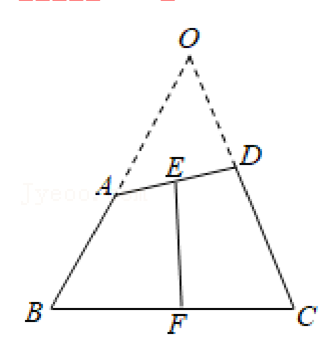
□ $x-y=OC\cdot OB+OA\cdot OD-(OD\cdot OB+OA\cdot OC)=OB\cdot DC+OA\cdot CD=DC\cdot(OB-OA)=DC\cdot AB=-\frac{1}{2}$ □

□□ $y=x+\frac{1}{2}$ □

□□ $xy=x(x+\frac{1}{2})=x2+\frac{1}{2}x=(x+\frac{1}{4})2-\frac{1}{16}$ □

□□ $x=-\frac{1}{4}$ □□ xy □□□□□ $-\frac{1}{16}$ □□□ $y=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ □

□□□□ $-\frac{1}{16}$ □



37□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax^3-x+a+1$ □□ $|f(x)|\leqslant 2$ □□□ $x\in[0$□$1]$ □□□□□□□ a □□□□□□ __$[-3$□$1]$__

□

□□□□□□□□□□ $f(x)=ax^3-x+a+1$ □

□ $f'(x)=3ax^2-1$ □

① □ $a\leqslant 0$ □□□ $f'(x)<0$ □□□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□□□□ $x\in[0$□$1]$□ $f(x)\in[2a$□$a+1]$□

□□ $|f(x)|\leqslant 2$ □□□ $x\in[0$□$1]$ □□□□

□ $\begin{cases} a\leqslant 0 \\ |2a|\leqslant 2 \\ |a+1|\leqslant 2 \end{cases}$ □□□ $-3\leqslant a\leqslant 0$ □

② □ $a>0$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,-\sqrt{\frac{1}{3a}})$ □□□□□□□ $(-\sqrt{\frac{1}{3a}}$□$\sqrt{\frac{1}{3a}})$ □□□□□□□ $(\sqrt{\frac{1}{3a}}$□$+\infty)$ □□□□□□

□ $\sqrt{\frac{1}{3a}}\geqslant 1$ □□ $f(x)\in[2a$□$a+1]$□

□□ $|f(x)|\leqslant 2$ □□□ $x\in[0$□$1]$ □□□□

□ $\begin{cases} |2a|\leqslant 2 \\ |a+1|\leqslant 2 \end{cases}$ □□□ $0<a\leqslant \frac{1}{3}$ □

□ $\sqrt{\frac{1}{3a}}<1$ □□□ $|f(x)|\leqslant 2$ □□□ $x\in[0$□$1]$ □□□□

□ $\begin{cases} |2a|\leqslant 2 \\ |a+1|\leqslant 2 \\ |f(\sqrt{\frac{1}{3a}})|\leqslant 2 \end{cases}$ □□□ $\frac{1}{3}<a\leqslant 1$ □

□□□□□□□ a □□□□□□ $[-3,1]$ □

□□□□□ $[-3,1]$ □

38□□2021•□□□□□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ □□□□□□ F_1 □ F_2 □□ F_1F_2 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

A □□□ AF_1 □□□□□□□□□□ B □□ $|AB|=|AF_2|$ □□□□□□□□□□ e □□ $e^2=$ __ $5+2\sqrt{2}$ __□

□□□□□□ $|AB|=|AF_2|$ □ A □□□□□□□□□□□□□□□□

$|AF_1|>|AF_2|$ □ $\therefore B$ □□□ AF_2 □□

□□□□□□□□□ $|AF_1|-|AF_2|=2a$ □□ $|AB|=|AF_2|$ □

$\therefore |AF_1|-|AF_2|=|AF_1|-|AB|=|BF_1|=2a$ □

□ $|BF_2|-|BF_1|=2a$ □ $\therefore |BF_2|=4a$ □

□ A □ □ F_1F_2 □ □ □ □ □ □ □ $\therefore AF_1\perp AF_2$ □

$\therefore |AB|=|AF_2|=2\sqrt{2}a$ □

□ $|AF_1|^2+|AF_2|^2=|F_1F_2|^2$ □ □

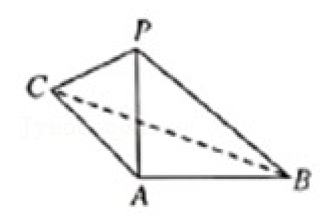
$(2\sqrt{2}a+2a)^2+(2\sqrt{2}a)^2=4c^2$ □

□ $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{20+8\sqrt{2}}{4}=5+2\sqrt{2}$ □

□□□□□ $5+2\sqrt{2}$ □

39□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□ $AP=AB=AC=1$ □ $PB=\sqrt{2}$ □ $BC=\sqrt{3}$ □□□□□ $P-AB-C$ □□□

□ $\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□□□□□□□□□□ __ $\frac{19-4\sqrt{3}}{3}\pi$ __□



□□□□□□□□ΔABP□□ PB□□□□□□□□□□□□□ΔABC□□□□□□□ $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$ □

□ΔABP□ΔABC□□□□□□□□□ O_1□O_2□□□O_1□PB□□□△ O_2AB□□□□□□□

□ AB□□□ H□□□ O_1H□O_2H□□□ $O_1H\perp AB$□$O_2H\perp AB$

□$\angle O_1HO_2=\frac{\pi}{3}$□$O_1H=\frac{1}{2}PA=\frac{1}{2}$□$O_2H=\frac{\sqrt{3}}{2}$□

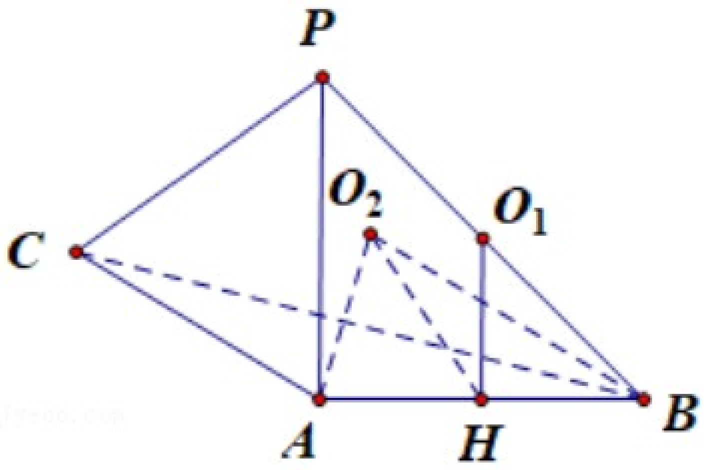
□□□□O□□$OO_1\perp O_1H$□$OO_2\perp O_2H$□□$\angle OHO_1=\theta$□□$\angle OHO_2=\frac{\pi}{3}-\theta$□

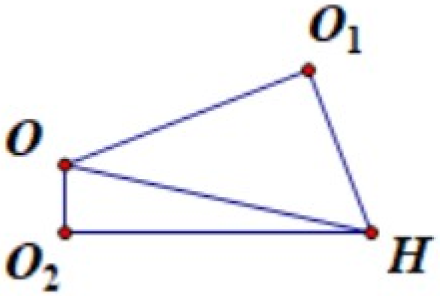
□□$OH=\frac{O_1H}{\cos\theta}=\frac{O_2H}{\cos(\frac{\pi}{3}-\theta)}$□□□$\tan\theta=2-\frac{\sqrt{3}}{3}$□□□$OO_1=O_1H\cdot\tan\theta=1-\frac{\sqrt{3}}{6}$□

□□□□□□□r□□$r^2=OO_1^2+O_1P^2=(1-\frac{\sqrt{3}}{6})^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=\frac{19}{12}-\frac{\sqrt{3}}{3}$□

□□□□□$S=4\pi r^2=\frac{19-4\sqrt{3}}{3}\pi$□

□□□□□$\frac{19-4\sqrt{3}}{3}\pi$□





40．(2021•大通县二模）在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $M: y^2=2px(p>0)$ 与双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 有公共焦点 F，抛物线 M 与双曲线 C 交于 A，B 两点，若 A，B，F 三点共线，则双曲线 C 的离心率为 ___$\sqrt{2}+1$___.

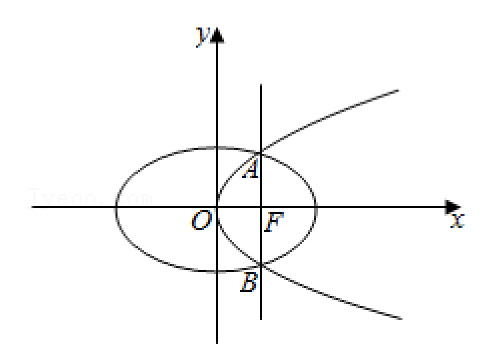
【解答】解：由题意可知，$A(\frac{p}{2},p)$，

∵ $\frac{p}{2}=c$，$\therefore A(c,2c)$，

可得 $2c=\frac{b^2}{a}$，则 $2ac=b^2=c^2-a^2$，

$\therefore e^2-2e-1=0$，解得 $e=\sqrt{2}+1(e>1)$．

故答案为：$\sqrt{2}+1$．



41．（2021•□□□

□□□□ a_n □□□□ $n(n,9,n\in N)$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_1=1$ □□ $a_n=\begin{cases}2a_{n-1}-1,n□□□\\2a_{n-1}+2,n□□□\end{cases}$ □□□□ $n(n$ □□□□□□

□□□□□□□□□□ $2^{n-1}(1,n,9$ □ n □□□□ .□□□ n □□□□□□

□□□□□□□ n □□□□□ $n-1$ □□□□ $n-2$ □□□□

□ $a_n=2a_{n-1}+2=2(2a_{n-2}?1)+2=4a_{n-2}$ □

□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□ 1 □□□□4 □□□□□□□□□□

$\therefore a_n=1\times4^{\frac{n+1}{2}?1}=2^{n?1}(1,n,9$ □ n □□□□□

□□□ $n(n$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $2^{n-1}(1,n,9$ □ n □□□□□

□□□□□ $2^{n-1}(1,n,9$ □ n □□□□□

42．（2021•□□□□□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ □□□□□□□□ F_1 □ F_2 □□ P □ C □□□□□□□□□□□□□□□□ F_2 □ $\angle F_1PF_2$ □

□□□□□□□□□□□□ M □ O □□□□□ $|MO|=$ 4 □

□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ □□□□□□□ F_1 □ F_2 □

□□ F_2M □ PF_1 □ H □

□ PM □ $\angle F_1PF_2$ □□□□□□ $\therefore|PH|=|PF_2|$ □

□ P□□□□□□$\therefore |PF_1|-|PF_2|=2a$□

$\therefore |PF_1|-|PH|=|F_1H|=2a$□

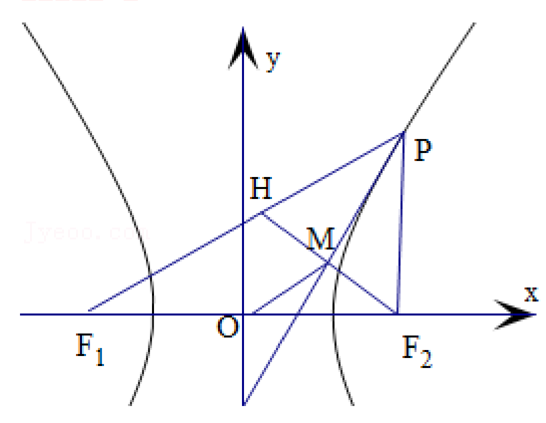
□ O□F_1F_2□□□□M□F_2H□□□□

$\therefore OM$□△F_2F_1H□□□□□$\therefore |HF_1|=2|OM|$□

□$|OM|=a$□

□□□$C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$□$a=4$□□$|OM|=4$□

□□□□□4□



43．（2020•□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}2x,0\leqslant x\leqslant 1\\ \ln x,x>1\end{cases}$ □□□□□□ x_1□x_2□□$0\leqslant x_1<x_2$□□$f(x_1)=f(x_2)$□□x_2-4x_1□□□□□__$2-2\ln2$__□

□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $f(x_1)=f(x_2)$ □□□$2x_1=\ln x_2$□□ $x_1=\frac{1}{2}\ln x_2$ □

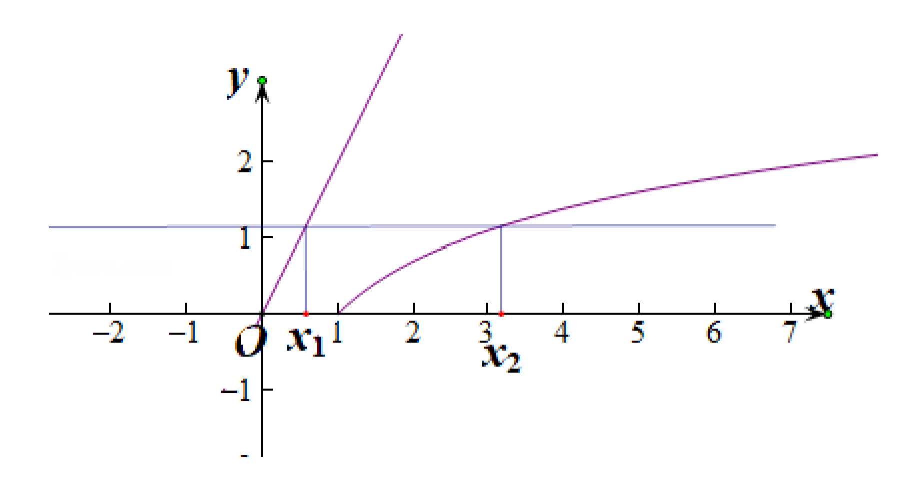
□□ $x_2-4x_1=x_2-2\ln x_2$□□□□□$1<x_2\leqslant e^2$□

□ $g(t)=t-2\ln t(1<t\leqslant e^2)$ □□ $g'(t)=1-\frac{2}{t}=\frac{t-2}{t}$ □

□□□ $g(t)$ □$(1$□$2]$□□□□□□$[2$□$e^2]$□□□□□

□□ $g(t)_{min}=g$□2□$=2-2\ln2$□

□□□□□$2-2\ln2$□



44□□2020•□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ R□□□ $f(x+1)=2f(x)$ □□□ $x\in[0$□$1)$ □□ $f(x)=\sin\pi x$□□ $x\in[0$□$+\infty)$ □□

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ a_1□a_2□a_3□$\cdots$□a_n□$\cdots$ □□□□□□□□□ b_1□b_2□b_3□$\cdots$□b_n□$\cdots$ □□□□ $\{a_n+b_n\}$□9□□

□□__ $\frac{1103}{2}$ __□

□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□ a_1□a_2□$\cdots$□a_n□□□□□□□□ b_1□b_2□$\cdots$□b_n□

□ $x\in[0$□$1)$ □□ $f(x)=\sin\pi x$□

□ $f(x)=2f(x-1)$□

$\therefore a_1=\frac{1}{2}$□$d=1$□$\cdots$ □□□□ $\frac{1}{2}$ □□□□□1□□□□□□□□□

$\therefore a_n=\frac{1}{2}+(n-1)\times1=n-\frac{1}{2}$□

□ $b_1=f(\frac{1}{2})=1$ $b_2=2f(\frac{1}{2})=2$ □ $\cdots$ □□1□□□□□2□□□□□□□□□

$b_n=2^{n-1}$□

□ $\sum_{i=1}^{9}(a_i+b_i)=\sum_{i=1}^{9}a_i+\sum_{i=1}^{9}b_i=\frac{1}{2}\times9+\frac{9\times8}{2}\times1+\frac{1\times(1-2^9)}{1-2}=\frac{9}{2}+36+2^9-1=\frac{1103}{2}$ □

□□□□□ $\frac{1103}{2}$ □

45□□2021•□□□□□□□□□□□ $C:x^2+y^2=1$□□ $M(t,2)$□□ C□□□□□ A□ B□□ $MA=2AB$□□□□ t□□□□□ __

$[-\sqrt{21}$□$\sqrt{21}]$__□

□□□□□ □ $C:x^2+y^2=1$□□ $M(t,2)$□□ C□□□□□ A□ B□□ $MA=2AB$□$\therefore A$□ MB□□□ 3 □□□□ B□□

□ $x^2+y^2=1$□□□ 2□

$\therefore MA\leqslant 4$□$\therefore$□ M□□□□□□□□ 5□

$\therefore t^2+4\leqslant 25$□$\therefore -\sqrt{21}\leqslant t\leqslant \sqrt{21}$□

□□□□ $[-\sqrt{21}$□$\sqrt{21}]$□

46□□2021•□□□□□□□□ n^2□□□ n□ n□□□□□□□□□

□□□□□□□ n□□□□□□□□□ m□□□□□□□□□□□□□□ n□□□□□□□□□ m□□□□□□□□□□□ $(m>0)$□□□ $a_{11}=2$□

$a_{13}=a_{61}+1$□□□ n^2□□□□ S□□□□□□□

① $m=3$□

② $a_{67}=17\times 3^7$□

③ $a_{ij}=(3i-1)\times 3^{j-1}$□

④ $S=\frac{1}{4}n(3n+1)(3^n-1)$□

□□□□□□□ ①③④ □□□□□□□□□□□□

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots\cdots & a_{3n} \\ \cdots\cdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{matrix}$$

□□□□□□□□□□ $a_{11}=2$□$a_{13}=a_{61}+1$□

$\therefore 2m^2=2+(6-1)m+1$□□□ $m=3$□ $-\frac{1}{2}$ □□□□□①□□□

$\therefore a_{ij}=a_{i1}\cdot 3^{j-1}=[2+(i-1)\cdot 3]\cdot 3^{j-1}=(3i-1)\cdot 3^{j-1}$ □□③□□□

□ $a_{67}=(3\times 6-1)\cdot 3^{7-1}=5\times 3^7$ □②□□□

□□④□ $S=(a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1n})+(a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{2n})+\cdots+(a_{n1}+a_{n2}+\cdots+a_{nn})$

$$=\frac{a_{11}(1-3^n)}{1-3}+\frac{a_{21}(1-3^n)}{1-3}+\frac{a_{31}(1-3^n)}{1-3}+\cdots\cdots+\frac{a_{n1}(1-3^n)}{1-3}$$

$$=\frac{1}{2}(3^n-1)\cdot(a_{11}+a_{21}+\cdots+a_{n1})$$

$$=\frac{1}{2}(3^n-1)\cdot(2n+\frac{n\times(n-1)}{2}\times 3)$$

$$=\frac{1}{4}n(3n+1)(3^n-1)$$

□④□□□

□□□□□①③④□

47□□2021•□□□□□□□□ x□□□ $y=f(a，b，c)=ax^2+bx+c$□□□□□ $y=f(1，2，0)$ □ $y=f(-1，2，0)$ □□□□□

□ l□□□□__$y=2x$__□ $F(x)=\begin{cases} f(-1,2a,-2a), & x>0 \\ f(1,2a,a), & x\le 0 \end{cases}$ □□□ $a>0$□□□□ x□□□ $F(x)=f(0，a，0)$ □□□□□□□□□□ $a=$

□

□□□□□□□ $F_1(x)=f(1,2,0)=x^2+2x$□ $F_2(x)=f(-1,2,0)=-x^2+2x$□

□ $F_1'(x)=2x+2$□ R□□□□□□ $F_2'(x)=-2x+2$□ R□□□□□□

$F_1(0)=F_2(0)=0$□□ $F_1'(0)=F_2'(0)=2$□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=2x$□

$F(x)=\begin{cases} f(-1,2a,-2a), & x>0 \\ f(1,2a,a), & x\le 0 \end{cases}$ □$\therefore$ $F(x)=\begin{cases} -x^2+2ax-2a, & x>0 \\ x^2+2ax+a, & x\le 0 \end{cases}$ □

□ $g(x)=f(0，a，0)=ax$□

□ $\begin{cases} y=ax \\ y=x^2+2ax+a \end{cases}$ □□□□□ $x^2+ax+a=0$ □

□△ $=a^2-4a\geqslant0$ □□□ $a\geqslant4$ □ $a\leqslant0$ □□ $a\geqslant4$ □

□ $\begin{cases} y=ax \\ y=-x^2+2ax-2a \end{cases}$ □□□□□ $x^2-ax+2a=0$ □

□△ $=4a^2-8a\geqslant0$ □□□ $a\geqslant8$ □ $a\leqslant0$ □□ $a\geqslant8$ □

□□□ $F(x)=f(0$ □ a □ $0)$ □□□□□□□□ $y=ax$ □ $F(x)$ □□□□□□□□□

□□ $y=ax(a>0)$ □ $F(x)$ □□□□□□□ $F(x)$ □□□□□□□□□□ $F(x)=f(0$ □ a □ $0)$ □□□□□□□□□

□ $a=8$ □

□□□□□ $y=2x$ □8□

48□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□□ ④⑥⑦ □

①□□ $y=f(1+x)$ □□□ $y=f(1-x)$ □□□□ $x=1$ □□□

②□ A □ B □ C □□□□□□ $P(A\cdot B\cdot C)=P$ □A□ P □B□ P □C□□

③□□ $x^2=1(x\in C$ □□ C □□□□□□□□□ $\{1\}$ □

④ ΔABC □□ A □□□□□□ BC □□□□□□ D □□ $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{CD}$ □

⑤□□□□□□□□□□ $y=ce^{kx}$ □□□□□□□□□□□ $y=ce^{kx}$ □□ $(\bar{x},\bar{y})$ □

⑥□□□□□□□□□□ $y=ce^{kx}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $z=lny$ □□□□□□□□□□□□ $z=0.3x+4$ □□ c □ k □□□□□ e^4 □

0.3□

⑦□□□ $A(2,1)$ □ $B(3,2)$ □□ O □□□□□□□ OA □□□ OB □□□□□□□□ $\dfrac{8\sqrt{13}}{13}$ □

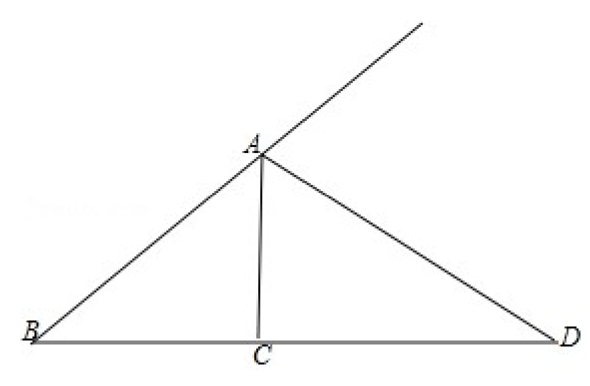
□□□□□□□□①□□□ $y=f(1+x)$ □□□ $y=f(1-x)$ □□□□ $x=0$ □□□□①□□□

□□②□□ A□ B□ C□□□□□ $P(A\cdot B\cdot C)=P$□A□ P□B□ P□C□□ A□ B□ C□□□□□□□□□②□□□

□□③□□□ $x^3=1(x\in C$□□ C□□□□□□□□□ $\{1$□ $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$□ $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\}$□□□③□□□

□□④□□ ΔABC□□ A□□□□□□ BC□□□□□□ D□

□□□□□



□ ΔABD□□□□□□□□□ $\frac{AB}{BD}=\frac{\sin\angle ADB}{\sin\angle BAD}$□□ ΔACD□□ $\frac{AC}{CD}=\frac{\sin\angle ADC}{\sin\angle CAD}=\frac{\sin\angle ADB}{\sin\angle CAD}$□

□□ $\sin\angle BAD=\sin\angle CAD$□□□ $\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CD}$□□□ $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$□□④□□□

⑤ □□□□□□□□□□ $y=ce^{kx}$□□□□□□□□□□ $z=lny$□ $z=kx+lnc$□□□□□□□□□□□□ $z=kx+lnc$□□□ $(\bar{x},\bar{y})$□□

$z=\frac{1}{n}(lny_1+lny_2+...+lny_n)\neq\bar{y}$ □□⑤□□□

⑥ □□□□□□□□□□ $y=ce^{kx}$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $z=lny$□□ $z=kx+lnc$□□□□□□□□□□□□□ $z=0.3x+4$□□ c□

k□□□□□ e^4□0.3□□⑥□□□

⑦ □□□ $A(2,1)$□ $B(3,2)$□□ $OA=(2,1)$□ $OB=(3,2)$□□ O□□□□□□□ OA□□□ OB□□□□□□□□□ $\frac{OA\cdot OB}{|OB|}=\frac{8\sqrt{13}}{13}$□□⑦□□□

□□□□□④⑥⑦□

49□□2021•□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□1□0□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□2021□□□□□□□□□

□□□□1□□□□□□□0□□□□ k□0□□ $k+1$□0□□□ $2k+1$□ $1(k\in N)$□□ $\underbrace{101110111110\cdots}_{2021□}$ □□□□□□□□□□□□□

1977　□

□□□□□□□□ n □ 0 □□□□ $n+1$ □ 0 □□□ 1 □□□□ $a_n=2n+1$ □

□□ $k+1$ □ 0 □□□□□□□□□ $1+3+\cdots+2k+1+k=k^2+2k$ □

□ $k^2+2k\leqslant 2021$ □□□ $k\leqslant 43$ □□□ 44 □ 0 □□□□ 1 □□□ $43^2+43=1892$ □

□□□□□□ 2021 □□□□□□ 44 □ 0 □□□□ $2021-(43^2+2\times 43)-1=85$ □ 1□

□□□□□□□□□ $1892+85=1977$ □

□□□□□1977□

50□□2012•□□□□□□□□□□ $M=[a，b](a<b)$ □□ $\{y|y=f(x)，x\in M\}=M$ □□□□□ M □□□ $f(x)$ □□□"□□□□"□

□□□□ 4 □□□□□

① $f(x)=e^x$

② $f(x)=x^2$

③ $f(x)=\cos\frac{\pi x}{2}$

④ $f(x)=lnx+1$

□□□□□□□□□□□□ ②③ □□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□①□□□□ $f(x)=e^x$ □□□"□□□□" $[a，b]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $e^a=a$ □ $e^b=b$ □

□□□ $e^x=x$ □□□□□□ $y=e^x$ □ $y=x$ □□□□□□□□□□□□ $y=e^x$ □ $y=x$ □□□□□□□□□□□□□①□□□"□□□□"□

② □□ $f(x)=x^2$ □□"□□□□"□□ $x\in[0，1]$ □□ $f(x)=x^2\in[0，1]$ □

③ □□ $f(x)=\sin\frac{\pi}{2}x$ □□□"□□□□"□□ $x\in[0，1]$ □□ $f(x)=\sin\frac{\pi}{2}x\in[0，1]$ □

④ □□ $f(x)=lnx$ □□□□"□□□□" $[a，b]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $lna=a$ □□ $lnb=b$ □□□□ $lnx=x$ □□□□□

□ $y=lnx$ □ $y=x$ □□□□□□□□□□□ $y=lnx$ □ $y=x$ □□□□□□□□□□□□□④□□□"□□□□"□

□□□□ ②③□

每日

领券专享**超低价**

每周

推送甄选**教学资源清单**

每月

分享名校**名师私享课程及课件**

不定期领取**教辅图书**及学科网**独家试卷**

专属客服快一步获取服务

扫一扫二维码

关注学科网服务号

一键获取所有服务，满足需求更快一步

回复：教学模板

领取35套教学ppt模板